Издательство ИТПЗ РАН

ISSN 2949-0553

Nº1(1)

### () СОВРЕМЕННАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА научный рецензируемый журнал

30 60 330 300 270 90 240 -20 210 -10 120 180 150

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХПОЗИЦИОННОЙ ДИАГРАММЫ РАССЕЯНИЯ ТЕЛА НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПЛОСКОСТИ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ Балабуха Н.П., Коняев Д.А., Шапкина Н.Е.

2022 октябрь ноябрь

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук

Журнал основан в 2022 году

Выпуск № 1 (1)

### Современная электродинамика

### научный рецензируемый журнал

Под редакцией академика РАН А.Н. Лагарькова

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук

#### ISSN 2949-0553

Современная электродинамика

Научный рецензируемый журнал. Издаётся с октября 2022 года. Выходит один раз в два месяца.

#### № 1 (1)

#### октябрь - ноябрь 2022 г.

Главный редактор академик РАН А.Н.Лагарьков

Редакционная коллегия: к.т.н. Н.П. Балабуха, к.т.н. К.М. Басков, к.т.н. А.А. Башарин, д.ф.м.н. А.П. Виноградов, д.ф.-м.н. А.А. Дорофеенко, д.ф.-м.н. В.Н. Кисель, к.ф.-м.н. К.И. Кугель, д.ф.-м.н. А.М. Мерзликин, д.ф.-м.н. А.А. Пухов, д.ф.-м.н. А.Л. Рахманов, д.ф.-м.н. А.В. Рожков, д.ф.-м.н. К.Н. Розанов, к.т.н. И.А. Рыжиков, д.ф.-м.н. А.К. Сарычев, к.ф.-м.н. В.С. Солосин

Адрес редакции:

125412, г. Москва, ул. Ижорская, д.13 тел., факс 8 (495) 484-26-33 эл.почта electrodynamics@mail.ru

Свидетельство о регистрации Эл № ФС77-83666 от 26.07.2022 г.

Подписано в печать 08.11.2022. Тираж 10 экз.

© ИТПЭ РАН, 2022

# Содержание номера

Обращение главного редактора		4
1	Теоретическая электродинамика	6
	Сбойчаков А.О., Рожков А.В., Рахманов А.Л. МАГИЧЕСКИЙ РАДИУС	
	КВАНТОВОЙ ТОЧКИ ДВУХСЛОЙНОГО АА ГРАФЕНА	6
<b>2</b>	Вопросы экспериментальной электродинамики	11
	Полозов В.И., Маклаков С.С., Маклаков С.А., Набоко А.С., Басков К.М.,	
	Петров Д.А., Кисель В.Н. АКТИВНЫЙ УПРАВЛЯЕМЫЙ ЭКРАН	
	ДЛЯ САНТИМЕТРОВЫХ ВОЛН НА ОСНОВЕ ТОНКИХ ПЛЁНОК	
	ДИОКСИДА ВАНАДИЯ	11
3	Вычислительная электродинамика	17
	Балабуха Н.П., Коняев Д.А., Шапкина Н.Е. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХПО-	
	ЗИЦИОННОЙ ДИАГРАММЫ РАССЕЯНИЯ ТЕЛА НА ОСНОВЕ ДАН-	
	НЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ПЛОСКОСТИ В БЛИЖ-	
	НЕЙ ЗОНЕ	17
	Басков К.М., Семененко В.Н., Фурманова Т.А., Чистяев В.А. ПОДАВЛЕНИЕ	
	ЭФФЕКТА ГИББСА ПРИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ С	
	ЦЕЛЬЮ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ ЭЛЕКТРОДИ-	
	НАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ОБРАЗЦОВ МАТЕРИАЛОВ	24
	Гильмутдинов Р.В., Меньших Н.Л., Фёдоров С.А. РАЗРАБОТКА КОНФИГУ-	
	РАЦИЙ ОБРАЗЦА ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ	
	КОЭФФИЦИЕНТА ЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ	32
4	Взаимодействие электромагнитного поля с материалами	36
	Погосов В.В., Дмитриев А.Ю., Астафьев О.В. ЭФФЕКТЫ СТАТИСТИКИ	
	ФОТОНОВ ПРИ СМЕШЕНИИ ВОЛН НА ЕДИНИЧНОМ КУБИТЕ	36

### Обращение главного редактора

Электродинамика, появившись во второй половине XIX века, привела к принципиальным продвижениям в построении новой физики и появлению огромного числа технических приложений, без которых немыслима жизнь современного человечества. Классические монографии Зоммерфельда, Борна и Вольфа, Ландау и Лившица, их учеников и последователей, казалось бы, подвели итог векового развития науки, создавшей техническую основу нашей цивилизации.

Однако за последние 30 лет возникли исключительно важные для разнообразных применений направления, каждое из которых имеет собственное название и опирается, конечно, на современную электродинамику сплошной среды, являясь одновременно её новой развивающейся ветвью. Среди этих направлений можно выделить электродинамику композитных материалов, нанооптику, нанофотонику, вычислительную электродинамику, электродинамику фотонных кристаллов, и, наконец, электродинамику метаматериалов. Каждое их этих направлений может казаться обособленной областью современной физики.

Однако в последнее время в публикациях всё чаще стала проявляться достаточная общность подходов, в которых при рассмотрении явлений, имеющих абсолютно разные пространственные масштабы, основным параметром задачи, как и должно быть, является отношение длины волны к масштабу неоднородности. При этом электродинамические явления проявляются в принципе одинаково для абсолютно разных диапазонов длин волн. Конечно, возникает специфика, когда для некоторых задач нанофотоники мы не можем использовать усреднённые материальные уравнения для электромагнитного поля и должны учитывать взаимодействие через Гамильтониан микроскопической системы. Тем не менее, основные закономерности казалось бы совершенно разных по диапазону длин волн в задачах сохраняются.

Редакция журнала «Современная электродинамика» заинтересована именно в таком подходе. Это позволяет читателям, занимающимся электродинамикой композитов, легко воспринимать идеи, излагаемые в статьях по нанофотонике, и наоборот. В электронном научном журнале «Современная электродинамика» будут печататься оригинальные статьи и обзоры, а также расширенные тезисы конференций по широкому спектру теоретических и прикладных проблем электродинамики, оптики и электромагнитных свойств материалов и т.д. Тематические рубрики журнала охватывают все важнейшие области экспериментальной, теоретической и вычислительной электродинамики, а также вопросы взаимодействия электромагнитных полей с материальными средами, теорию распространения радиоволн, применение методов электродинамики в биологии, медицине, наноэлектронике и нанооптике.

Конечно, мы понимаем, что, как писал Козьма Прутков, «никто не обнимет необъятного». Поэтому редакция заранее просит извинения за отклонение статей, пусть и очень хороших и полезных, но представляющих интерес для узкого круга технических специалистов. Мы также не будем принимать статьи с опровержением классической или квантовой электродинамики, опираясь в своих суждениях на традиционные подходы, неоднократно подтверждённые экспериментом. Даже в рамках таких традиционных подходов имеется еще бесконечно много нового и интересного для исследований.

Исторически идея издавать журнал родилась в коллективе ИТПЭ РАН, который в значительной степени состоит из преподавателей и выпускников кафедры электродинамики сложных систем и нанофотоники МФТИ, являющейся базовой кафедрой ИТПЭ РАН. Кафедра была основана ак. А.М. Дыхне и ак. А.Н. Лагарьковым и первоначально носила название «Кафедра прикладной теоретической физики». Отсутствие союза «и» между двумя прилагательными подчеркивало необходимость неразрывной связи фундаментальной и прикладной науки. Мы постараемся в своей издательской деятельности следовать этому принципу.

#### Главный редактор, академик РАН Андрей Николаевич Лагарьков

#### Магический радиус квантовой точки двухслойного АА графена

Сбойчаков А.О. \*<sup>1</sup>, Рожков А.В.<sup>1</sup>, Рахманов А.Л.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук

> Статья поступила в редакцию 01.09.2022 Одобрена после рецензирования 19.10.2022 Принята к публикации 31.10.2022

#### Аннотация

В статье исследуются электронные свойства квантовой точки, изготовленной из двухслойного АА графена круглой формы. Наблюдается дискретный набор радиусов точки, при которых электронные состояния с низкой энергией вырождены по квантовому числу, характеризующему четность волновой функции относительно перестановки слоев. По аналогии с "магическими углами" в подкрученном двухслойном графене мы называем эти радиусы "магическими". Такая особенность уникальна для структур АА и связана со специфической слоевой симметрией двухслойного АА графена: четность самого высокого занятого уровня энергии изменяется с симметричного по индексу слоя на антисимметричный, когда радиус точки АА равен ее магическому значению. Исследуется аналогия в электронной структуре между подкрученным двухслойным графеном при магическом угле поворота и квантовой точкой АА графена с магическим радиусом. Эта аналогия может быть полезна для теоретического описания электронных свойств подкрученного двухслойного графена.

Ключевые слова: двухслойный графен, электронная структура, квантовая точка

#### Введение

В последние годы мы стали свидетелями большого успеха в изготовлении двумерных (2D) ван-дерваальсовых гетероструктур. Современный уровень технологий позволяет обеспечить исключительную степень контроля над геометрией и составом искусственно созданных 2D-систем. Эти достижения открывают новые направления исследований и ставят оригинальные вопросы как перед теоретиками, так и перед экспериментаторами. Руководствуясь этими факторами, в данной статье мы исследуем интересный мезоскопический объект - квантовая точка, вырезанная из двухслойного AA графена (AA-BLG). Двухслойный AA графен представляет собой один из двух типов высокосимметричной упаковки двухслойного графена (другой тип упаковки называется AB или фаза Бернала) [1]. Хотя AA-BLG менее изучен экспериментально, существуют работы [2] - [5], рассказывающие об изготовлении образцов AA-BLG.

В работе исследуются электронные свойства квантовых точек круглой формы, изготовленных из двухслойного AA графена(AA-QD). Показывается, что существует дискретный набор радиусов точек, для которых электронные состояния точки являются вырожденными. По аналогии с "магическими углами" в теории подкрученного двухслойного графена (tBLG) мы называем эти радиусы "магическими".

Вырождение при магическом радиусе происходит из-за исчезновения щели между самым низким пустым и самым высоким занятым одноэлектронными состояниями. Такое свойство является эксклюзивным только для AA-QD. Это связано со специфическим топологическим свойством киральных электронов в AA-BLG: симметрия волновой функции самого высокого занятого уровня меняется с симметричного относительно перестановки слоев на антисимметричный, когда радиус AA-QD равен его магическому значению.

Идентификация последовательности магических радиусов является основным результатом этой работы. Вырождение основного состояния квантовой точки позволяет стабилизировать экзотические упорядоченные состояния, обусловленные взаимодействием. Кроме того, можно ожидать, что наше исследование будет полезно для дальнейшего теоретического описания электронных свойств tBLG с магическими значениями угла подкрутки. Мы утверждаем, что существует простая связь между магическими углами поворота tBLG и магическими радиусами AA-QD. Это соответствие основано

<sup>\*</sup>Автор, ответственный за переписку: Артём Олегович Сбойчаков, sboycha@mail.ru

на том факте, что образец tBLG можно рассматривать как структуру, состоящую из чередующихся областей с AA и AB упаковками, при этом электроны проводимости находятся в основном в областях с AA упаковкой [1].

#### Гамильтониан квантовой точки двухслойного АА графена

При исследовании электронных свойств AA-QD мы будем работать в низкоэнергетическом континуальном приближении. В однослойном графене электроны на низких энергиях описываются безмассовым гамильтонианом Дирака, где компоненты спинора  $\psi_{\alpha}$  соответствуют волновым функциям электрона в подрешетке  $\alpha = a, b$ . Так, гамильтониан для электронов с импульсами в окрестности дираковской точки **K** (долина  $\xi = +1$ ) имеет вид

$$\widehat{H}^{SLG} = -iv_F \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{\nabla},\tag{1}$$

где  $\nabla$  - матрицы Паули, а  $v_F$  - скорость Ферми. В окрестности точки **K**' (долина  $\xi$  = - 1) имеем

$$\widehat{H}^{SLG} = -iv_F \boldsymbol{\sigma}^* \boldsymbol{\nabla} \tag{2}$$

В двухслойном AA графене имеется два графеновых слоя, при этом атомы в разных слоях, но в одной подрешетке располагаются один над другим. Волновая функция электрона в каждой долине описывается четырехкомпонентным спинором вида

$$\Psi_{\xi} = \begin{pmatrix} \psi_{\xi 1a} \\ \psi_{\xi 1b} \\ \psi_{\xi 2a} \\ \psi_{\xi 2b} \end{pmatrix}$$
(3)

Предполагая, что перескоки электронов между слоями осуществляются только между ближайшими атомами углерода в разных слоях (амплитуда перескока  $t_0$ ), гамильтониан двухслойного AA графена в континуальном приближении можно записать в виде

$$\widehat{H}_{\xi} = \begin{pmatrix} 0 & -i\partial_x - \xi\partial_y & 1/l & 0\\ -i\partial_x + \xi\partial_y & 0 & 0 & 1/l\\ 1/l & 0 & 0 & -i\partial_x - \xi\partial_y\\ 0 & 1/l & -i\partial_x + \xi\partial_y & 0 \end{pmatrix}.$$
 (4)

В этом уравнении используются безразмерные единицы энергии и длины. Энергия измеряется в единицах  $t_0$ , а длина в единицах  $l = v_F/t_0$ . Подставляя характерные значения амплитуд перескоков электронов внутри слоя и между слоями, t = 2.7 эВ,  $t_0 = 0.35$  эВ, а также имея в виду, что  $v_F = 3ta_0/2$ , получим:  $l \approx 12a_0$ , где  $a_0$  - расстояние между ближайшими атомами углерода в графене.

# Волновая функция квантовой точки двухслойного АА графена. Граничные условия и уровни энергии

Волновое уравнение  $\hat{H}_{\xi}\Psi_{\xi} = E\Psi_{\xi}$ есть система четырех дифференциальных уравнений первого порядка. Для круговой квантовой точки удобнее всего работать в полярных координатах  $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ . В общем виде решение есть

$$\begin{cases} \psi_{\xi 1a} = e^{i\mu\xi\theta} \left[ C_{\mu}J_{\mu} \left( (1-E)r \right) + B_{\mu}J_{\mu} \left( (1+E)r \right) \right] \\ \psi_{\xi 1b} = -ie^{i(\mu+1)\xi\theta} \left[ C_{\mu}J_{\mu+1} \left( (1-E)r \right) - B_{\mu}J_{\mu+1} \left( (1+E)r \right) \right] \\ \psi_{\xi 2a} = e^{i\mu\xi\theta} \left[ C_{\mu}J_{\mu} \left( (1-E)r \right) - B_{\mu}J_{\mu} \left( (1+E)r \right) \right] \\ \psi_{\xi 2b} = -ie^{i(\mu+1)\xi\theta} \left[ C_{\mu}J_{\mu+1} \left( (1-E)r \right) + B_{\mu}J_{\mu+1} \left( (1+E)r \right) \right] \end{cases}$$
(5)

где  $\mu$  - орбитальный момент частицы,  $J_{\mu}(z)$  - функция Бесселя, а  $C_{\mu}$  и  $B_{\mu}$  - комплексные коэффициенты, которые находятся из граничных условий и условия нормировки. В случае, когда  $B_{\mu} = 0$ , волновая функция симметрична относительно перестановки слоев, а если  $C_{\mu} = 0$ , то она антисимметрична.

Радиальная компонента тока в каждой долине,  $j_{\xi r} = \sigma_x \cos \theta + \xi \sigma_y \sin \theta$ , должна быть равна нулю на границе точки, r = R. Следуя работе [6], сформулируем граничные условия для волновой функции (5). Мы интересуемся низкоэнергетическим спектром. Поэтому для достаточно гладкой границы междолинным рассеянием можно пренебречь. При этих предположениях граничные условия можно записать в виде

$$\left[\widehat{M}_{\xi}\left(\theta\right) - I\right]\psi_{\xi}\left(R,\theta\right) = 0\tag{6}$$

для любого угла  $\theta$ . Матрица  $\widehat{M}_{\xi}(\theta)$  равна

$$\widehat{M}_{\xi}(\theta) = \begin{pmatrix} m_{11} & im_{12}e^{-i\xi\theta} & im_{13}e^{if} & m_{14}e^{i(f-\xi\theta)} \\ -im_{12}e^{i\xi\theta} & -m_{11} & -m_{14}e^{i(f+\xi\theta)} & -im_{13}e^{if} \\ -im_{13}e^{-if} & -m_{14}e^{-i(f+\xi\theta)} & m_{33} & im_{34}e^{-i\xi\theta} \\ m_{14}e^{i(\xi\theta-f)} & im_{13}e^{-if} & -im_{34}e^{i\xi\theta} & -m_{33} \end{pmatrix},$$
(7)

где фаза f произвольна, а вещественные параметры  $m_{\alpha\beta}$  связаны между собой соотношениями

$$\begin{pmatrix}
m_{11}^2 + m_{12}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2 = 1 \\
m_{33}^2 + m_{34}^2 + m_{13}^2 + m_{14}^2 = 1 \\
m_{13} (m_{11} + m_{33}) - m_{14} (m_{12} + m_{34}) = 0 \\
m_{13} (m_{12} - m_{34}) + m_{14} (m_{11} - m_{33}) = 0
\end{cases}$$
(8)

Матрица (7) с условиями (8) есть общий вид унитарной и эрмитовой матрицы 4х4, которая антикоммутирует с радиальной компонентой оператора тока  $j_{\xi r}$ . Последнее условие гарантирует, что ток на границе точки обнуляется для каждого слоя графена.

Рассмотрим здесь простейший случай, когда недиагональные элементы матрицы  $\widehat{M}_{\xi}(\theta)$ , перепутывающие слои, равны нулю, т.е.  $m_{13} = m_{14} = 0$ . При этом будем считать, что  $m_{11} = m_{33} = \cos \phi$ , а  $m_{12} = m_{34} = \sin \phi$ , где  $-\pi < \phi < \pi$  - феноменологический параметр, определяемый детальной структурой границы точки. В принципе,  $\phi$  может быть функцией  $\theta$ , но в статье такая возможность не рассматривается.

Уравнение (6) формирует систему четырех линейных уравнений для двух независимых констант  $B_{\mu}$  и  $C_{\mu}$ . Однако из условий, наложенных на матрицу  $\widehat{M}_{\xi}$ , следует, что det  $\left[\widehat{M}_{\xi}(\theta) - I\right] = 0$ , в результате чего ранг системы редуцируется до двух. Это позволяет однозначно найти энергетический спектр квантовой точки. Оказывается, что уровни энергии удовлетворяют одному из двух следующих уравнений:

$$\begin{bmatrix} J_{\mu} \left( (1-E) R \right) - \operatorname{ctg} \frac{\phi}{2} J_{\mu+1} \left( (1-E) R \right) = 0 \implies B_{\mu} = 0, \\ J_{\mu} \left( (1+E) R \right) + \operatorname{ctg} \frac{\phi}{2} J_{\mu+1} \left( (1+E) R \right) = 0 \implies C_{\mu} = 0. \tag{9}$$

Если уровень энергии удовлетворяет верхнему уравнению, то волновая функция оказывается симметричной относительно перестановки слоев. Если же уровень энергии удовлетворяет второму из уравнений (9), то волновая функция, соответствующая этому уровню, антисимметрична относительно перестановки слоев. Таким образом, можно ввести квантовое число  $c = \pm 1$ , характеризующее четность волновой функции (если c = +1, то волновая функция симметрична относительно перестановки слоев, а если c = -1, то волновая функция антисимметрична). Помимо этого, существуют еще два квантовых числа: орбитальный момент  $\mu$  и главное квантовое число  $n(-\infty < n < \infty)$ . Уровень энергии, характеризующийся квантовыми числами  $n, \mu$  и c есть

$$E_{\mu;n}^{c}(R) = c + \frac{z_{\mu;n}}{R},$$
(10)

где  $z_{\mu;n}$  - *n*-тый корень характеристического уравнения

$$J_{\mu}(z) + \operatorname{ctg} \frac{\phi}{2} J_{\mu+1}(z) = 0.$$
(11)

Будем считать, что все  $z_{\mu;n}$  упорядочены в порядке возрастания главного квантового числа n, при этом  $z_{\mu;n}$  есть первый положительный корень уравнения (11).

#### Магические радиусы

Рассмотрим зависимость низкоэнергетических уровней энергии как функций радиуса квантовой точки R. Для произвольного  $\phi$ , вообще говоря, спектр не показывает электрон-дырочной симметрии. Электрон-дырочная симметрия, однако, существует при  $\phi = 0, \pi$  и при  $\phi = \pi/2$ . При  $\phi = \pi$  имеем на границе  $\psi_{\xi ia}(R, \theta) = 0$ , а при  $\phi = 0, \psi_{\xi ib}(R, \theta) = 0$ . Если же  $\phi = \pi/2$ , то на границе имеет место равенство  $|\psi_{\xi ia}(R, \theta)| = |\psi_{\xi ib}(R, \theta)|$ . На рисунке 1 представлена зависимость первых нескольких близких к нулю уровней энергии как функций радиуса точки R, рассчитанных при  $\phi = \pi/2$ .

Поскольку в системе есть электрон-дырочная симметрия, то в недопированном образце все уровни энергии меньше нуля заняты электронами, а все уровни энергии выше нуля пусты (каждый уровень энергии четырехкратно вырожден, дважды по спину и дважды по долине). При малых радиусах точки заполненными уровнями энергии являются все уровни с c = +1. При увеличении радиуса точки происходит пересечение уровня  $E_{0;-1}^{+1}$  с уровнем  $E_{-1;0}^{-1}$ . Это происходит при  $R = R_1 \approx 1.4$  (в единицах l). Будем называть этот радиус первым магическим радиусом. При дальнейшем увеличении R наступает момент, когда  $E_{1;-1}^{+1} = E_{-2;0}^{-1}$ . Это происходит при  $R = R_2 \approx 2.5$  (второй магический радиус). При еще большем увеличении R пересекаются некоторые другие уровни энергии и т.д. Таким образом, имеется бесконечный набор магических радиусов  $R_i$ . При прохождении R через  $R_i$  симметрия волновой функции ближайшего к нулю снизу уровня энергии меняется с симметричного на антисимметричный. Отметим, что магические радиусы квантовой точки, сделанной из двухслойного АА графена, существуют, вообще говоря, при любом  $\phi$ .



Рисунок 1 – Первые несколько близких к нулю уровней энерги<br/>и $E_{\mu;n}^c$ как функции радиуса квантовой точки <br/> R, рассчитанные при  $\phi=\pi/2$ 

#### Магические радиусы и магические углы

Таким образом, мы показали, что для квантовой точки, сделанной из двухслойного AA графена, существует бесконечный набор магических радиусов  $R_i$ , при которых основное состояние системы является вырожденным. Это обстоятельство чрезвычайно существенно, поскольку при наличии вырождения даже сколь угодно слабое взаимодействие электронов будет это вырождение снимать (по крайней мере частично), формируя некое нетривиальное основное состояние. Анализ основного состояния при учете электрон-электронного взаимодействия выходит за рамки данной статьи и будет произведен отдельно. Здесь же мы хотим указать на связь между магическими радиусами квантовой точки AA графена и магическими углами подкрученного двухслойного графена.

Чтобы установить связь между AA-QD и tBLG, рассмотрим следующие обстоятельства. Подкрученный двухслойный графен при малых углах подкрутки можно рассматривать как периодическую структуру областей с AA, AB и BA упаковками [1]. Известно, что низкоэнергетические электронные состояния локализованы в областях с AA упаковкой. Следовательно, можно предвидеть, что соответствующие волновые функции могут быть описаны формализмом, разработанным в данной статье. Гибридизация между ячейками муара расширяет локализованные в AA области одноэлектронные состояния на восемь когерентных зон (по одной зоне на долину, на спин и на четность слоев). Эти зоны отделены от других электронных состояний щелью порядка 0.1эВ. Это устанавливает желаемое отображение между спектром "магической" AA-QD и низкоэнергетической зонной структурой tBLG при магическом угле подкрутки. Когда система выходит из "магического состояния" (либо магического радиуса, либо магического угла поворота), расположение зон резко меняется: вырождение исчезает, а ширина зоны увеличивается на порядок. Этот факт также имеет простое объяснение в рамках предлагаемой схемы. Действительно, можно ожидать, что ширина зоны будет наименьшей, когда вырождение зон будет максимальным. Это происходит, когда размер области AA,  $R_{AA}$ , близок к магическому радиусу  $R_1$ . Поскольку  $R_{AA}$  пропорционально  $1/\theta$ , последнее условие может быть использовано для связи магического угла и магического радиуса области AA. Характерный размер ячейки муара можно оценить как  $L_1 \approx a_0 \sqrt{3}/\theta$ , и для первого магического угла ( $\theta \approx 1^o$ ) имеем  $L_1 \approx 100a_0$ . Что касается  $R_{AA}$ , то он, естественно, меньше, чем  $L_1$ . Величину  $R_{AA}$  можно оценить следующим образом. Известно [1], что при малых углах подкрутки сверхъячейку подкрученного двухслойного графена можно рассматривать как состоящую из областей с AA, AB и BA упаковками равной площади. Площадь ячейки сверхрешетки равна  $S_{sc} = \sqrt{3}L_1^2/2$ . Таким образом, имеем оценку:  $R_{AA} \sim \sqrt{S_{sc}/3\pi} \approx 0.3L_1 \approx 30a_0$ . Согласно нашим результатам, в зависимости от граничных условий для первого магического радиуса мы имеем  $17a_0 < R_1 < 23a_0$ , что согласуется с нашей оценкой для  $R_{AA}$  подкрученного двухслойного графена при первом магическом угле.

#### Заключение

Итак, в статье изучены электронные свойства круглой квантовой точки, изготовленной из двухслойного АА графена. Наблюдается дискретный набор "магических" радиусов, при которых основное состояние вырожденопо четности волновой функции относительно перестановки слоев. Существует аналогия между "магическими углами" подкрученного двухслойного графена и "магическими радиусами" двухслойной графеновой квантовой точки типа АА. Существование "магических радиусов" уникально для структур АА и связано со специфической слоевой симметрией двухслойного АА графена. Аналогия между "магическими углами" и "магическими радиусами" может быть полезна для описания электронных свойств подкрученного двухслойного графена.

#### Список литературы

- A. V. Rozhkov, A. O. Sboychakov, A. L. Rakhmanov, and F. Nori, Electronic properties of graphene-based bilayer systems // Phys. Reports.-2016.- № 648.P.1.
- [2] H.-V. Roy, C. Kallinger, and K. Sattler, Study of singleand multiple foldings of graphitic sheets // Surf. Sci. - 1998. -№ 407.P. 1.
- [3] J.-K. Lee, S.-C. Lee, J.-P. Ahn, S.-C. Kim, J. I. B. Wilson, and P. John, The growth of AA graphite on (111) diamond // J. Chem. Phys. – 2008. –№129. P. 234709.
- [4] Z. Liu, K. Suenaga, P. J. F. Harris, and S. Iijima, Openand Closed Edges of Graphene Layers // Phys. Rev. Lett. - 2009. - №102.P. 015501.
- [5] J. Borysiuk, J. Soltys, and J. Piechota, Stacking sequencedependence of graphene layers on SiC (0001) Experimental and theoretical investigation // J. Appl. Phys. – 2011. – № 109.P. 093523.
- [6] A. R. Akhmerov and C. W. J. Beenakker, Boundary conditions for Dirac fermions on a terminated honeycomb lattice // Phys. Rev. B. – 2008. – № 77. P. 085423.

### Активный управляемый экран для сантиметровых волн на основе тонких плёнок диоксида ванадия

Полозов В.И. <sup>\* 1</sup>, Маклаков С.С.<sup>1</sup>, Маклаков С.А.<sup>1</sup>, Набоко А.С.<sup>1</sup>, Басков К.М.<sup>1</sup>, Петров Д.А.<sup>1</sup>, Кисель В.Н.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук

> Статья поступила в редакцию 01.09.2022 Одобрена после рецензирования 19.10.2022 Принята к публикации 31.10.2022

#### Аннотация

Разработан метод создания активного экрана для сантиметрового диапазона длин волн на основе неэпитаксиальной тонкой плёнки  $VO_2$  большой площади на подложке из поликристаллического  $Al_2O_3$ . Изменение частотного отклика осуществляется путём перевода  $VO_2$  из диэлектрического состояния в металлическое, происходящего в процессе фазового перехода металл-диэлектрик. В открытом состоянии ( $VO_2$  - диэлектрик) разработанная структура является полосовым фильтром с центральной частотой в 14 ГГц, коэффициентом прохождения (КП) на этой частоте -0,9 дБ и полосой пропускания по уровню -3 дБ, равной 10 ГГц. После перехода  $VO_2$  в металлическое состояние при нагреве образца до 45 °C устройство становится отражателем: на центральной частоте КП резко падает и при температуре 80 °C составляет -10,1 дБ. Разработанный экран представляет собой массив прямоугольных апертур в металлическом слое, нанесённом непосредственно на слой  $VO_2$ . Нанесение металлической плёнки и последующее формирование в ней апертур методом фотолитографии с последующим жидкостным травлением не повлияли на свойства функциональной плёнки  $VO_2$ . Благодаря тому, что нанесение и слоя  $VO_2$ , и слоя металла выполнено при помощи магнетронного распыления, предлагаемый метод может быть с легкостью масштабирован и применён для создания серийных образцов управляемых широкополосных экранов.

Ключевые слова: диоксид ванадия, тонкие плёнки, переход металл-диэлектрик, активные экраны, переключаемые CBЧ устройства

#### Введение

Тонкие плёнки диоксида ванадия ( $VO_2$ ) толщиной 100-300 нм при нагреве до температуры ~68 °С испытывают обратимый фазовый переход металл-диэлектрик. Плёнки переходят из диэлектрического состояния с поверхностным сопротивлением ( $R_{\Pi}$ ) порядка  $10^4 \cdot 10^6$  Ом/квадрат в металлическое состояние с  $R_{\Pi} \approx 10{-}1000$  Ом/квадрат [1, 2]. Благодаря данной особенности  $VO_2$  может быть использован в различных активных экранах с управляемым частотным откликом на основе частотно-селективных поверхностей (ЧСП) для решения задач электромагнитной совместимости или управления распространением излучения: пространственных фильтрах [3, 4], линзах [5], модуляторах [6], поляризаторах [7]. Однако подобные устройства на основе  $VO_2$  реализованы только для ТГц и ИК диапазонов электромагнитного излучения. Существует необходимость в создании аналогичных устройств и для сантиметрового диапазона длин волн. Разработку активного экрана с применением  $VO_2$  затрудняют две основные проблемы. Первая заключается в сложности разработки метода синтеза однородных плёнок с площадью, необходимой для создания устройств, работающих в сантиметровом диапазоне. Вторая связана с высоким  $R_{\Pi}$  (более 300 Ом/квадрат) плёнок  $VO_2$ , синтезируемых неэпитаксиальными методами, допускающими получение плёнок большой площади в металлическом состоянии, в связи с чем коэффициент прохождения (КП) экрана изменяется не более, чем на 4-5 дБ при переключении.

Метод получения плёнок большой площади был продемонстрирован в нашей предыдущей работе [1]. Он позволяет получать однородные плёнки на подложке площадью не менее 30 см<sup>2</sup>. При этом амплитуда перехода (отношение сопротивлений в диэлектрическом состоянии (при 30 °C) и металлическом состоянии (при 80 °C)) достигает  $10^3$  раз, а  $R_{\Pi}$  в металлическом состоянии - 300 Ом/квадрат. Полу-

<sup>\*</sup>Автор, ответственный за переписку: Виктор Иванович Полозов, viktor.polozov@phystech.edu

ченные плёнки были применены в управляемом CBЧ-поглотителе с изменяемым частотным откликом на основе массива плоскопараллельных волноводов [8], а также управляемой узкополосной частотно селективной поверхности, представляющей собой массив, состоящий из периодически расположенных элементарных ячеек в форме кольцевых апертур с интегрированными элементами VO<sub>2</sub> [9].

Наиболее часто в качестве активных элементов управляемых экранов для СВЧ диапазона используются полупроводниковые компоненты: PIN-диоды [10] или варакторы – диоды, ёмкость которых зависит от напряжения [11]. Данные компоненты широко доступны и позволяют осуществлять изменение параметров элементарных ячеек ЧСП в течение десятков наносекунд. Недостатком диодных ЧСП является необходимость подключения диодов к цепи управления постоянного тока, что может приводить к росту вносимых потерь до 4 дБ [12]. Минимизация вносимых потерь требует существенного роста стоимости и сложности устройства: разработки многослойной структуры с переходными отверстиями между слоями и применения диодов с низкими тепловыми потерями [13]. Аналогичные проблемы возникают при использовании микроэлектромеханических систем [14].

При отсутствии необходимости в быстром переключении состояния экрана могут быть использованы следующие способы изменения импеданса элементарных ячеек: введение в ячейки металлических элементов при помощи микрофлюидных устройств [15], сжатие или растяжение подложки [16], применение тонкого фотопроводящего слоя [17]. Подобные методы управления существенно усложняют конструкцию устройства, а время переключения между состояниями может занимать десятки секунд, как в случае с фотопроводником. Применение тонких плёнок  $VO_2$  с переходом полупроводник-металл позволит упростить и удешевить систему управления ЧСП, а также увеличить скорость переключения.

Цель данной работы – разработка метода применения плёнок VO<sub>2</sub> с высоким сопротивлением в металлическом состоянии (более 300 Ом/квадрат) в качестве активного экрана, амплитуда изменения КП которого при переключении составляет  $\sim 10$  дБ.  $R_{\Pi}$  в 300 Ом/квадрат и не позволяет использовать чистую плёнку в качестве СВЧ экрана в связи с недостаточно низким для электромагнитного экранирования КП в -4,8 дБ в металлическом состоянии (рисунок 1). Нанесение металлической структуры ЧСП поверх VO2 позволяет дополнительно уменьшить КП в металлическом состоянии за счёт уменьшения рабочего диапазона частот. Для уменьшения вносимых потерь в открытом состоянии интеграция элементов VO<sub>2</sub> в структуру ЧСП выполнена без механической обработки плёнок и длительного процесса их позиционирования на готовой ЧСП. Разработанный экран представляет собой тонкий проводящий слой с прямоугольными апертурами, сформированный поверх тонкой плёнки VO2. Его частотный отклик в диалазоне 4-24 ГГц изменяется при нагреве. При температуре 30 °С, когда R<sub>П</sub> тонкой плёнки  $VO_2$  составляет  $4\cdot 10^5~{
m Om/k}$ вадрат, такая структура представляет собой полосовой фильтр с полосой пропускания 9-19 ГГц (в случае нормального падения линейно-поляризованной плоской волны с вектором Е, параллельным длинной стороне элементарной ячейки массива апертур). При переходе VO<sub>2</sub> в металлическое состояние при температуре 80 °C, в котором  $R_{\Pi}$  тонкой плёнки  $VO_2 = 300$  Ом/квадрат, данная поверхность отражает СВЧ излучение, в связи с чем коэффициент прохождения излучения через поверхность уменьшается на 9 дБ на центральной частоте.

#### Экспериментальная часть

Создание активного экрана проводилось в 2 этапа. На первом этапе была нанесена тонкая плёнка VO<sub>2</sub> с фазовым переходом металл-диэлектрик. На втором этапе поверх плёнки был нанесен проводящий слой с прямоугольными апертурами.

Формирование слоя  $VO_2$  происходило при помощи разработанного ранее двухстадийного процесса. Нанесение плёнки было выполнено методом реактивного высокочастотного магнетронного распыления мишени из чистого V в атмосфере  $Ar+O_2$ . В качестве подложки использован поликристаллический  $Al_2O_3$  (поликор) размером  $48 \times 60 \times 0.5$  мм. При нанесении на подложке поддерживалась температура в 350 °C. Толщина полученной плёнки, измеренная при помощи микроинтерферометра, составила 200 нм. После нанесения плёнка была подвергнута высокотемпературной обработке в нейтральной атмосфере при 720 °C. Температурная зависимость поверхностного сопротивления полученной плёнки (R(T)) была измерена четырёхзондовым методом.

Измерение R(T) позволило подтвердить получение плёнки  $VO_2$  с переходом металл-диэлектрик высокой амплитуды (рисунок 1). Поверх полученной плёнки методом магнетронного распыления на постоянном токе был нанесён слой стали толщиной 200 нм. В этом слое методом фотолитографии с последующим жидкостным травлением были сформированы прямоугольные апертуры, формирующие ЧСП.

Частотный отклик (коэффициенты прохождения и отражения) полученной структуры был измерен на специализированном стенде методом измерения в свободном пространстве [18] в диапазоне



Рисунок 1 – Слева - R(T) тонких плёнок  $VO_2$ , использованных в разработанной ЧСП. Температура перехода найдена путём вычисления производной логарифма сопротивления по температуре. Ширина гистерезиса составляет 3 °С. Справа - теоретическая оценка КП тонкой плёнки в зависимости от её поверхностного сопротивления (при нормальном падении волны в свободном пространстве). КП найден по формуле  $2Z_{\rm BX}/(Z_{\rm BX} + Z_0)$ , где  $Z_{\rm BX} = Z_0 R_n/(Z_0 + R_n)$ , а  $Z_0 = 377$  Ом

4-24 ГГц при температуре в пределах 25-80 °C. В целях сравнения с полученной структурой тем же методом измерена плёнка чистого  $VO_2$ .

#### Результаты и обсуждение

Фазовый переход в плёнке  $VO_2$  происходит при температуре 45 °C, что значительно меньше характерной для этого вещества температуры перехода в 68 °C [19] и связано с наличием напряжений в тонкой плёнке [1]. Сопротивление плёнки плавно изменяется с температурой, что позволяет плавно регулировать частотный отклик полученного электромагнитного экрана.

С учётом полученной R(T) было выполнено численное моделирование частотного отклика ЧСП в программном пакете HFSS. Параметры элементарной ячейки выбраны таким образом, чтобы структура представляла собой широкополосный полосовой фильтр с центральной частотой 14 ГГц и полосой пропускания 10 ГГц. Приведённые далее форма и размеры апертур (рисунок 2) выбраны для иллюстрации предлагаемого метода формирования активного экрана и могут быть изменены. Аналогично могут быть применены другие методы нанесения проводящего слоя и формирования в нём апертур при условии, что они не будут влиять на свойства тонкой плёнки  $VO_2$ .



Рисунок 2 – Слева направо: параметры реализованной элементарной ячейки, послойная структура ЧСП, фотография готовой ЧСП. Все размеры указаны в мм.

Для численного моделирования была рассмотрена одна ячейка ЧСП с периодическими граничными условиями и портами Флоке, что эквивалентно бесконечной ЧСП, располагающейся в плоскости ХҮ (рисунок 3). Элементарная ячейка такой ЧСП может быть рассмотрена при помощи сосредоточенных элементов [20] как RLC цепь в волноводе с импедансом  $Z_0 = 377$  Ом (импеданс свободного пространства).  $R_{\Pi}$  – переменное поверхностное сопротивление плёнки  $VO_2$ . В полупроводниковом состоянии сопротивление  $VO_2$  не оказывает влияния на частотный отклик устройства, которое представляет собой резонансный LC контур (рисунок 4). При переходе в металлическое состояние в связи с ростом проводимости открытой от металла части плёнки  $VO_2$  происходит увеличение ёмкости C' и падение  $R_{\Pi}$ , что приводит к рассогласованию импеданса ячейки с импедансом свободного пространства в рассмотренной частотной области. Это, в свою очередь, приводит к сглаживанию кривой КП, не имеющей при 80 °C резонанса в диапазоне 3-24 ГГц. Результаты моделирования хорошо сходятся с результатами измерений (рисунок 4).

Результаты измерений сплошной плёнки  $VO_2$  без частотно-селективной поверхности показывают, что её коэффициент прохождения выше, чем коэффициент прохождения ЧСП при 80 °C. Коэффициент прохождения сплошной плёнки соответствует теоретической оценке (рисунок 4).



Рисунок 3 – Элементарная ячейка частотно-селективной поверхности, использованная для моделирования, и эквивалентная схема ячейки



Рисунок 4 – Частотные зависимости коэффициента прохождения ЧСП и чистой плёнки VO<sub>2</sub> при различных температурах: результаты моделирования и экспериментальные измерения

Наибольшее расхождение результатов моделирования и измерений наблюдается при высоких температурах. Измеренный коэффициент прохождения (КП) на центральной частоте составляет -10,1 дБ и выше ожидаемого на 4,6 дБ. Это связано с тем, что при моделировании слой металла рассматривался как идеальный проводник, в то время как нанесённый на  $VO_2$  металл имел толщину порядка толщины своего скин-слоя. Тем не менее использование даже такого металла позволяет получить КП устройства менее -10 дБ в закрытом (металлическом) состоянии, несмотря на высокое  $R_{\Pi} VO_2$  в 300 Ом/квадрат, большее на несколько порядков  $R_{\Pi}$  металлической плёнки. Таким образом, применение  $VO_2$  в качестве активного слоя управляемых экранов позволяет компенсировать его недостаточно низкое  $R_{\Pi}$  в проводящем состоянии за счёт взаимодействия с элементарной ячейкой ЧСП. Кроме того, в качестве такого активного слоя могут быть использованы неэпитаксиальные (например, на поликристаллическом  $AlO_3$  или кварце) плёнки на поликристаллических подложках, синтез которых хорошо поддаётся масштабированию.

ЧСП с прямоугольными апертурами выбрана в связи с удобством её численного моделирования и производства. Продемонстрированный метод, в отличие от ЧСП на диодах или МЭМС, может быть использован для создания ЧСП с любой формой элементарных ячеек: структура элементарной ячейки ЧСП не ограничена линейными размерами компонентов поверхностного монтажа, в стандартных корпусах которых выпускаются диоды, что позволяет использовать его в более широких полосах частот.

#### Заключение

В рамках данной работы был создан активный экран для саниметрового диапазона длин волн на основе неэпитаксиальной тонкой плёнки VO2 большой площади (30 см<sup>2</sup>) на подложке из поликристаллического  $Al_2O_3$ . Разработанная структура представляет собой массив прямоугольных апертур в слое металла, нанесённого поверх слоя VO<sub>2</sub>. Такая структура позволяет не использовать механическую обработку плёнок VO<sub>2</sub> в отличие от управляемой ЧСП, представленной ранее [12]. При открытом (диэлектрическом) состоянии VO2 устройство является полосовым фильтром с центральной частотой 14 ГГц, КП на этой частоте -0,9 дБ и полосой пропускания по уровню -3 дБ, равной 10 ГГц. После перехода VO<sub>2</sub> в металлическое состояние КП устройства на центральной частоте падает на 9,2 дБ. КП разработанного экрана в закрытом состоянии меньше -10 дБ при температуре окружающей среды 80 °С и может быть дополнительно уменьшен до -16 дБ при использовании более толстого или более проводящего слоя металла. Управление частотным откликом экрана осуществляется при помощи нагрева, что позволяет отказаться от размещения цепей управления на обратной или лицевой сторонах устройства и обуславливает высокий КП, близкий к 0 дБ, в открытом состоянии. Продемонстированный метод применения плёнок VO2 позволяет использовать их в качестве элементов управляемых экранов, несмотря на то, что такие плёнки обладают высоким (более 300 Ом/квадрат) сопротивлением в металлическом состоянии. Активный экран из VO<sub>2</sub> обеспечивает изменение КП при переходе металл-диэлектрик не более, чем на 4 дБ в рассмотренном частотном диапазоне 4-24 ГГц, а после нанесения поверх него периодической металлической структуры амплитуда изменения КП составляет ~10 дБ, но в более узком частотном диапазоне.

#### Финансирование работы

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 20-33-90067.

#### Список литературы

- Maklakov S.S. et al. Post-deposition annealing of thin RF magnetron sputter-deposited VO2 films above the melting point // J. Alloys Compd. 2018. Vol. 763.
- [2] Polozov V.I. et al. Blow-up overheating instability in vanadium dioxide thin films // Phys. Rev. B. 2020. Vol. 101, № 21.
- [3] Huang Y. et al. Switchable band-pass filter for terahertz waves using VO2-based metamaterial integrated with silicon substrate // Opt. Rev. Springer Japan, 2021. Vol. 28, № 1. P. 92–98.
- [4] Long L. et al. Thermally-switchable spectrally-selective infrared metamaterial absorber/emitter by tuning magnetic polariton with a phase-change VO2 layer // Mater. Today Energy. Elsevier Ltd, 2019. Vol. 13. P. 214–220.
- [5] Solyankin P.M. et al. Terahertz Switching Focuser Based on Thin Film Vanadium Dioxide Zone Plate // J. Infrared, Millimeter, Terahertz Waves. Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, 2018. Vol. 39, № 12. P. 1203–1210.
- [6] Wang T. et al. Thermally switchable terahertz wavefront metasurface modulators based on the insulatorto-metal transition of vanadium dioxide // Opt. Express. 2019. Vol. 27, № 15. P. 20347.
- [7] Vegesna S. et al. Reconfigurable terahertz frequency selective structures using vanadium dioxide // IEEE MTT-S Int. Microw. Symp. Dig. IEEE, 2013. P. 1–3.

- [8] Polozov V.I. et al. Tunable parallel plate waveguide array based on VO2 thin films // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. Vol. 848, № 1.
- [9] Polozov V. et al. Thermally Tunable Frequency-Selective Surface Based on VO2 Thin Film // Phys. Status Solidi Appl. Mater. Sci. 2020. Vol. 217, № 21. P. 1–5.
- [10] Kiani G.I. et al. Active frequency selective surface using PIN diodes // IEEE Antennas Propag. Soc. AP-S Int. Symp. IEEE, 2007. P. 4525–4528.
- [11] Mias C. Varactor-tunable frequency selective surface with resistive-lumped-element biasing grids // IEEE Microw. Wirel. ComponentsLett. 2005. Vol. 15, № 9. P. 570–572.
- [12] Казанцев Ю.Н., Крафтмахер Г.А., Мальцев В.П. Управляемые Полосно-Пропускающие Частотно-Селективные Поверхности // Радиотехника И Электроника. 2014. Vol. 59, № 9. Р. 908–916.
- [13] Lin B. et al. Varactor-Tunable Frequency Selective Surface With an Appropriate Embedded Bias Network // Radio Sci. Blackwell Publishing Ltd, 2018. Vol. 53, № 4. P. 535–543.
- [14] Safari M., Shafai C., Shafai L. X-band tunable frequency selective surface using MEMS capacitive loads // IEEE Trans. Antennas Propag. IEEE, 2015. Vol. 63, № 3. P. 1014–1021.
- [15] Li M. et al. Liquid-Tunable Frequency Selective Surfaces // IEEE Microw. Wirel. COMPONENTS Lett. 2010. Vol. 20, № 8. P. 423–425.
- [16] Huang B.C., Hong J.W., Lo C.Y. Mechanical stress-controlled tunable active frequency-selective surface // Appl. Phys. Lett. AIP Publishing LLC AIP Publishing , 2017. Vol. 110, № 4. P. 044101.
- [17] Wang J. et al. Fabrication and Photoelectric Properties of Optically Controlled Active Frequency Selective Surface // Acta Opt. Sin. Chinese Optical Society, 2018. Vol. 38, № 5. P. 0524002.
- [18] Семененко В.Н. et al. Стенд для измерений в свободном пространстве радиофизических параметров материалов в сверхширокой полосе сверхвысоких частот // Измерительная техника. 2019. Vol. 2. P. 72.
- [19] Morin F.J. Oxides which show a metal-to-insulator transition at the neel temperature // Phys. Rev. Lett. 1959. Vol. 3, № 1. P. 34–36.
- [20] Munk B.A. Frequency Selective Surfaces: Theory and Design. New York: Wiley, 2000. 410 p.
- [21] Polozov V. et al. Thermally Tunable Frequency-Selective Surface Based on VO2 Thin Film // Phys. Status Solidi Appl. Mater. Sci. 2020. Vol. 217, № 21.

### Моделирование двухпозиционной диаграммы рассеяния тела на основе данных электромагнитного поля на плоскости в ближней зоне

Балабуха Н.П.<sup>1</sup>, Коняев Д.А. \* <sup>1,2</sup>, Шапкина Н.Е.<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия

<sup>2</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математики, Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 01.09.2022 Одобрена после рецензирования 19.10.2022 Принята к публикации 31.10.2022

#### Аннотация

Исследуется способ нахождения поля в дальней зоне путем пересчёта из ближней зоны в дальнюю при измерениях на плоской поверхности сканирования. При этом строго учитывается тот факт, что поверхность сканирования является усечённой. В работе предложено развитие метода, представленного в [1] – [4], для сканирования поля в ближней зоне на плоскости в векторном случае. Было проведено численное моделирование с использованием предложенного метода, а так же произведено сравнение результатов расчётов с результатами, полученными традиционным методом, где поле вне области сканирования предполагается равным нулю. Тесты проводились с использованием в качестве рассеивателя идеально проводящего цилиндра, размеры которого близки к длине волны падающего излучения.

Расчёты показали, что, несмотря на более строгий учёт, метод даёт результаты, очень близкие к результатам традиционного метода. Последнее обстоятельство, дополненное необходимостью правильного подбора параметров и повышенными требованиями к вычислительным ресурсам, делает традиционный метод предпочтительным.

**Ключевые слова:** двухпозиционные ЭПР, пересчёт поля из ближней зоны в дальнюю, сканирование в ближней зоне, плоский сканер, рассеяние электромагнитных волн

#### Введение

Нахождение радиолокационных характеристик объектов актуально как в связи с задачами радиолокации, так и в связи с задачами маскировки объектов [5] - [7]. Одной из основных характеристик рассматриваемых объектов является диаграмма ЭПР [5] - [7]. На сегодняшний день наиболее распространёнными являются измерительные комплексы, позволяющие получать однопозиционные ЭПР [5]. Однако в последнее время на практике часто требуется получать двухпозиционные диаграммы рассеяния объектов (двухпозиционные ЭПР), когда приёмная и передающая антенны разнесены в пространстве, [1] - [4], [8] - [10]. В связи с этим стоит вопрос о модернизации существующих компактных полигонов для реализации возможности измерения двухпозиционных ЭПР. Для этого можно использовать сканер, предназначенный для измерения поля в ближней зоне с последующим расчетом поля в дальней зоне [1] - [4], [6] - [14]. В данной работе поставлена задача исследования более строгой постановки задачи пересчёта поля из ближней зоны в дальнюю при сканировании на плоской поверхности.

При сканировании на плоскости область сканирования всегда является усечённой. В связи с этим необходимо изучить возможности пересчёта поля из ближней зоны в дальнюю для максимально большого диапазона бистатических углов при фиксированном размере поверхности сканирования.

В работе рассматривается задача восстановления поля в дальней зоне, рассеянного идеально проводящим круговым цилиндром, при помощи значений поля, заданных в ближней зоне на прямоугольном участке плоскости.

<sup>\*</sup>Автор, ответственный за переписку: Денис Алексеевич Коняев, konyaev@physics.msu.ru

#### Постановка задачи

Рассмотрим задачу получения электромагнитного поля в дальней зоне, рассеянного идеально проводящим цилиндром кругового сечения, при помощи значений электромагнитного поля, заданных в ближней зоне.

Введём декартову систему координат таким образом, чтобы область сканирования располагалась в плоскости OXY, а ось OZ была направлена от рассеивателя (рисунок 1). Обозначим вектор напряжённости электрического поля рассеянной телом волны на плоскости сканирования как  $\mathbf{E}_0(x, y)$ . Будем считать, что значения тангенциальной составляющей вектора  $\mathbf{E}_0(x, y)$  ( $E_x$  и  $E_y$ ) известны в некоторой прямоугольной области { $(x, y, z) : x \in [-H_x; H_x], y \in [-H_y; H_y], z = 0$ }. Тогда задачу можно сформулировать следующим образом: по известным значениям компонент электромагнитного  $\mathbf{E}_0(x, y)$ , заданным в области сканирования, найти двухпозиционную диаграмму ЭПР рассеивателя в диапазоне бистатических углов, соответствующих { $(\theta, \varphi) : -\varphi_0 \le \varphi \le \varphi_1, -\frac{\pi}{2} < -\theta_0 \le \theta \le \theta_1 < \frac{\pi}{2}$ }. Здесь ( $\theta, \varphi$ ) – угловые координаты стандартной сферической системы координат. Далее, для простоты, ограничимся рассмотрением сечения двухпозиционной ЭПР плоскостью OXZ, то есть зафиксируем  $\varphi = 0$ .



Рисунок 1 – Конфигурация рассматриваемой задачи

#### Рассматриваемые методы

Решение задачи дифракции вне области рассеивателя можно представить в виде интеграла по плоским волнам [15, 16]:

$$\boldsymbol{E}(x,y,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{F}(\mu_x, \ \mu_y) e^{-i\left(\mu_x x + \mu_y y + \sqrt{k^2 - \mu_x^2 - \mu_y^2} z\right)} d\mu_x d\mu_y,$$
(1)

где  $F(\mu_x, \mu_y)$  - амплитуды плоских волн. Известно [17], что поле в дальней зоне можно выразить через тангенциальные по отношению к плоскости сканирования составляющие вектора  $F(\mu_x, \mu_y)$ :

$$E_{\theta}(\theta,\varphi) = 2\pi ik \cos\theta \frac{e^{ikr}}{r} [\sin\varphi F_x (k\cos\varphi\sin\theta, k\sin\varphi\sin\theta) - \cos\varphi F_y (k\cos\varphi\sin\theta, k\sin\varphi\sin\theta)], r \to +\infty,$$

$$E_{\varphi}(\theta,\varphi) = 2\pi ik\cos\theta \frac{e^{ikr}}{r} [\cos\varphi F_x (k\cos\varphi\sin\theta, k\sin\varphi\sin\theta) + \sin\varphi F_y (k\cos\varphi\sin\theta, k\sin\varphi\sin\theta)], r \to +\infty$$
(2)

На поверхности сканирования (z = 0) справедливо равенство:

$$\boldsymbol{E}_{0}\left(x,y\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{F}\left(\mu_{x},\ \mu_{y}\right) e^{-i(\mu_{x}x+\mu_{y}y)} d\mu_{x} d\mu_{y}.$$
(3)

Если  $H_x \to +\infty$ ,  $H_y \to +\infty$  то функцию  $F(\mu_x, \mu_y)$  можно найти, используя обратное преобразование Фурье:

$$\boldsymbol{F}(\mu_x, \ \mu_y) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{E}_0(x, y) \, e^{i(\mu_x x + \mu_y y)} dx dy.$$
(4)

Если  $H_x$  и  $H_y$  достаточно велики (полем вне прямоугольника  $\{(x, y, z) : x \in [-H_x; H_x], y \in [-H_y; H_y], z = 0\}$  можно пренебречь), то

$$\boldsymbol{F}(\mu_x, \ \mu_y) \approx \frac{1}{4\pi^2} \int_{-H_x}^{H_x} \int_{-H_y}^{H_y} \boldsymbol{E}_0(x, y) e^{i(\mu_x x + \mu_y y)} dx dy.$$
(5)

Это соотношение соответствует предположению, что поле вне зоны сканирования равно тождественно нулю. Такой подход давно успешно применяется при определении диаграмм направленности антенн [17], поэтому назовём его традиционным.

Здесь и далее под векторами на поверхности сканирования будем понимать их тангенциальные по отношению к плоскости сканирования составляющие.

Перейдём к рассмотрению метода, основанного на идеях, представленных в работах [1] – [4]. Умножим (3) на  $\frac{1}{2\pi}e^{ih_y y}$  и проинтегрируем по отрезку  $[-H_y; H_y]$ :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-H_y}^{H_y} \boldsymbol{E}_0(x,y) e^{ih_y y} dy = \frac{1}{2\pi} \int_{-H_y}^{H_y} e^{ih_y y} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{F}(\mu_x, \ \mu_y) e^{-i(\mu_x x + \mu_y y)} d\mu_x d\mu_y dy.$$
(6)

Введём обозначения:

$$K^{(y)}(h_y, \mu_y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-H_y}^{H_y} e^{-i(\mu_y - h_y)y} dx,$$
(7)

$$\boldsymbol{g}^{(y)}(x,h_y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-H_y}^{H_y} \boldsymbol{E}_0(x,y) e^{ih_y y} dy$$
(8)

$$\boldsymbol{\mathcal{F}}(x,\mu_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{F}(\mu_x,\ \mu_y) e^{-i\mu_x x} d\mu_x$$
(9)

Тогда  $\mathcal{F}(x, \mu_y)$  является решением уравнения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K^{(y)}(h_y, \, \mu_y) \, \mathcal{F}(x, \, \mu_y) \, d\mu_y = \boldsymbol{g}^{(y)}(x, h_y) \tag{10}$$

Заметим, что для любых  $h_y$ ,  $\mu_y$  верно  $K^{(y)}(h_y, \mu_y) = (K^{(y)}(\mu_y, h_y))^*$ , то есть (10) – интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода с симметричным ядром. Умножим (9) на  $\frac{1}{2\pi}e^{ih_x x}$  и проинтегрируем по отрезку  $[-H_x; H_x]$ :

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-H_x}^{H_x} \mathcal{F}(x, \mu_y) e^{ih_x x} dx = \frac{1}{2\pi} \int_{-H_x}^{H_x} e^{ih_x x} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}(\mu_x, \mu_y) e^{-i\mu_x x} d\mu_x dx.$$
(11)

Аналогично (7) и (8) введём обозначения:

$$K^{(x)}(h_x, \ \mu_x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-H_x}^{H_x} e^{-i(\mu_x - h_x)x} dx,$$
(12)

$$\boldsymbol{g}^{(x)}(h_x, \ \mu_y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-H_x}^{H_x} \boldsymbol{\mathcal{F}}(x, \ \mu_y) e^{ih_x x} dx.$$
(13)

Тогда  $F(x, \mu_y)$  является решением уравнения:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} K^{(x)}(h_x, \ \mu_x) \mathbf{F}(\mu_x, \ \mu_y) d\mu_x = \mathbf{g}^{(x)}(h_x, \ \mu_y).$$
(14)

Заметим также, что, как и (10), (14) является интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода с симметричным ядром. Итак, задача свелась к последовательному решению интегральных уравнений (10) и (14). Отметим сразу, что в этой более строгой постановке задача оказалась некорректно поставленной. Последнее обстоятельство требует применения специальных методов для построения её численных решений.

Как было отмечено ранее, ограничимся рассмотрением горизонтального сечения двухпозиционной ЭПР. Это ограничение позволяет несколько упростить построение численного решения задачи. Будем рассматривать сферические координаты на следующем множестве значений:  $\{(\theta, \varphi) : \varphi = 0, -\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}\}$ , которое соответствует выбранному сечению диаграммы ЭПР со стороны положительных z.

Из формулы (2) видно, что в таком случае необходимо отыскать  $F(\mu_x, 0)$ , так как  $\sin(\varphi) = 0$ .

Таким образом, решение уравнения (10) нужно отыскать для всех значений параметра x только в одной точке  $\mu_y = 0$ . Отметим, что так как предполагается, что значения  $E_0(x, y)$  – результаты измерений, то по x и по y задана прямоугольная сетка, а сама функция  $E_0(x, y)$  известна лишь в узлах этой сетки.

Заменим интеграл в уравнении (10) его разностной аппроксимацией на равномерной сетке по  $\mu_y$  и  $h_y$  с шагом  $\Delta h : \left\{-L + 0, 5\Delta h = h_y^0, h_y^1, ..., h_y^{(S-1)} = L - 0, 5\Delta h\right\}$ . При этом несобственный интеграл приближённо заменяется определённым.Пределы интегрирования задаются параметром L, который необходимо подобрать. В итоге получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ):

$$\sum_{s=0}^{S-1} K^{(y)} \left( h_y^j, h_y^s \right) \mathcal{F} \left( x, h_y^s \right) \Delta h = \boldsymbol{g}^{(y)} \left( x, h_y^j \right).$$
(15)

Перепишем эту СЛАУ в матричной записи, упростив обозначения:

$$K\alpha = \beta, \tag{16}$$

где K – матрица с элементами  $K^{(y)}(h_y^j, h_y^s)$ ,  $\beta$  – столбец с элементами  $g^{(y)}(x, h_y^j)$ , а  $\alpha$  – столбец с элементами  $\mathcal{F}(x, h_y^s)$ . Такая система записывается для каждого x из сетки, на которой известны значения напряжённости электрического поля.

Следуя [11], решим задачу поиска собственных векторов и собственных значений:

$$Kv = \lambda v. \tag{17}$$

Матрица K является эрмитовой, поэтому найдётся 2M+1 собственных значений (считая s-кратные значения s раз)  $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{2M+1}$  и соответственно собственные вектора  $v_1, v_2, \ldots, v_{2M+1}$ , которые образуют базис в рассматриваемом (2M + 1)-мерном пространстве столбцов, которому принадлежит столбец  $\alpha$ . В этом случае [18] искомые коэффициенты можно находить, переходя в ортонормированный базис из собственных векторов матрицы K. Тогда решение можно записать в следующем виде:

$$\alpha = V\Lambda^{-1}V^T\beta,\tag{18}$$

где  $V = (v_1, v_2, \ldots, v_{2M+1})$  – матрица перехода к указанному выше базису,  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{2M+1})$ – диагональная матрица с собственными значениями матрицы K на главной диагонали.

Задача поиска решения интегрального уравнения (10) является некорректно поставленной. Это обстоятельство приводит к тому, что собственные значения матрицы K могут сильно, на десятки порядков, отличаться по величине. Поэтому наилучшее приближение к искомому решению СЛАУ (16) ищется на подпространстве, представляющем собой линейную оболочку  $L(v_1, v_2, \ldots, v_P)$  из собственных векторов  $v_n$ , соответствующих упорядоченным по величине собственным значениям, которые удовлетворяют условию  $\lambda_P > \delta > 0$ , где  $\delta$  - наперед заданное число. Пусть  $\lambda_P > \delta$ , а следующее значение  $\lambda_{P+1} \leq \delta$ .

Тогда  $\{v_1, v_2, \ldots, v_P\}$  – ортонормированный базис в инвариантном подпространстве  $L(v_1, v_2, \ldots, v_P)$ . Применим метод наименьших квадратов и запишем решение СЛАУ в следующем виде [11]:

$$\alpha = V_P \Lambda_P^{-1} V_P^T \beta, \tag{19}$$

где  $V_P = (v_1, v_2, \ldots, v_P)$  – матрица оператора проектирования на подпространство  $L(v_1, v_2, \ldots, v_P)$ ,  $\Lambda_P = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_P)$  - диагональная матрица с выбранными собственными значениями матрицы Kна главной диагонали.

Формулу (19) можно рассматривать как специальный метод приближённого решения СЛАУ, при этом необходимо отметить, что матрица системы обладает собственными значениями, отличающимися друг от друга на несколько порядков, то есть она является плохо обусловленной, или даже вырожденной.

Перейдём к рассмотрению построения численного решения уравнения (14). Так как значения  $F(\mu_x, \mu_y)$  необходимо вычислять в точках  $(k \sin \theta, 0)$  (так как рассматривается  $\varphi = 0$ ), сделаем в интеграле в (14) замену переменных  $h_x = k \sin \psi$ ,  $\mu_x = k \sin \theta$ , умножив уравнение на  $k(\cos \psi)^*$ , чтобы сохранить симметричность ядра:

$$k^{2} \int_{C} K^{(x)} \left(k\sin\psi, k\sin\theta\right) \cos\theta (\cos\psi)^{*} \boldsymbol{F} \left(k\sin\theta, 0\right) d\theta = k(\cos\psi)^{*} \boldsymbol{g}^{(x)} \left(k\sin\psi, 0\right).$$
(20)

Здесь C – контур, представленный на рисунке 2.



Рисунок 2 – Контур интегрирования

Введём равномерную сетку по  $\theta$  и  $\psi$  с шагом  $\Delta \theta$ : { $\theta_0, \theta_1, \dots, \theta_{N_d-1}, \theta_{N_d}, \dots, \theta_{N_d+N-1}, \dots, \theta_{2N_d+N-1}$ }. Здесь:

$$\theta_{j} = \begin{cases} -\frac{\pi}{2} + i\left((N_{d} - j - 0, 5)\Delta\theta\right), \text{при } 0 \le j < N_{d}, \\ -\frac{\pi}{2} + (j - N_{d} + 0, 5)\Delta\theta, \text{при } N_{d} \le j < N_{d} + N, \\ \frac{\pi}{2} + i\left((N_{d} - j - 0, 5)\Delta\theta\right), \text{при } N_{d} + N \le j < 2N_{d} + N, \end{cases}$$
(21)

 $N_d$  – число узлов на лучах  $C_1$  и  $C_2$ , N – на отрезке  $C_0$ , i – мнимая единица.

Заменим интеграл его разностной аппроксимацией по формуле средних, а также умножим на -i и i первые и последние  $N_d$  уравнений соответственно для сохранения эрмитовости матрицы получающейся СЛАУ:

$$\left(\sum_{\substack{j=0\\N_d+N-1\\j=N_d}}^{N_d-1} (\cos\theta_q)^* K^{(x)} \left(k\sin\theta_q, k\sin\theta_j\right) \cos\theta_j \cdot \boldsymbol{F} \left(k\sin\theta_j, 0\right) i\Delta\theta + \sum_{\substack{j=N_d\\j=0}}^{N_d+N-1} (\cos\theta_q)^* K^{(x)} \left(k\sin\theta_q, k\sin\theta_j\right) \cos\theta_j \cdot \boldsymbol{F} \left(k\sin\theta_j, 0\right) \Delta\theta + \sum_{\substack{j=0\\j=0}}^{N_d-1} (\cos\theta_q)^* K^{(x)} \left(k\sin\theta_q, k\sin\theta_j\right) \cos\theta_j \cdot \boldsymbol{F} \left(k\sin\theta_j, 0\right) i\Delta\theta \right) k^2 I_q = I_q k (\cos\theta_q)^* \boldsymbol{g}^{(x)} \left(k\sin\theta_q, 0\right)$$
(22)

где для краткости записи введено обозначение:

$$I_q = \begin{cases} -i, \text{ при } 0 \le q < N_d, \\ 1, \text{ при } N_d \le q < N_d + N, \\ i, \text{ при } N_d + N \le q < 2N_d + N, \end{cases}$$
(23)

Таким образом, интеграл сведён к СЛАУ с эрмитовой матрицей. Эту СЛАУ можно приближённо решить представленным выше способом, воспользовавшись формулой, аналогичной формуле (19).

#### Численные результаты

Рассмотрим дифракцию плоской волны с частотой 1ГГц на цилиндре радиуса  $R_{cyl} \approx 30$  см и высоты  $H_{cyl} \approx 90$  см. Координата z геометрического центра цилиндра  $z_0 = -2$  м. Наклон оси цилиндра составляет 45° по отношению к направлению распространения плоской волны (см. рисунок 1). Выберем  $H_x = H_y = 5$  м. Шаг сканирования выберем равным четверти длины волны падающего излучения.

Численно решать задачу дифракции, а также находить значения полей в ближней зоне и опорные значения двухпозиционной диаграммы ЭПР, будем при помощи программного комплекса FEKO [18].

Для применения предложенного метода выберем  $\Delta \theta = \pi/4kH_y$ , тогда  $N = \left[\frac{\pi}{\Delta \theta} + 0, 5\right] + 1$ , где [·] – операция взятия целой части числа. Выберем  $N_d = \left[\frac{N}{1,75}\right]$ ,  $S = 2N_d + N$ ,  $\Delta h = \frac{2\pi}{(S+1)H_y}$ . Собственные значения матриц систем (15) и (22) будем выбирать большими, чем  $\delta = 10^{-11}$ . Важно отметить, что матрицы СЛАУ следует считать численно. Такой подход является своего рода дополнительной регуляризацией. Сравнение численных результатов, полученных традиционным и предложенным методами, с опорными значениями диаграммы ЭПР представлены на рисунке 3.

Из рисунка видно, что строгая постановка задачи не даёт улучшений результатов расчёта ЭПР по сравнению с традиционным методом. Это можно объяснить тем, что сканирование на плоскости соответствует сканированию в секторах, меньших 180°, при использовании цилиндрического сканера. При этом наилучшие результаты метод, основанный на строгой постановке, в случае цилиндрического сканирования показал для секторов сканирования порядка 260 – 300 градусов .



ЭПР. дБм<sup>2</sup>

Рисунок 3 - Сравнение диаграмм ЭПР, полученных различными методами

#### Заключение

Расчёты показали, что, несмотря на строгий учёт того факта, что поверхность сканирования является усечённой, метод, основанный на идеях, предложенных в [1] – [4], даёт результаты, очень близкие к результатам традиционного метода. Последнее обстоятельство, дополненное необходимостью правильного подбора параметров и повышенными требованиями к вычислительным ресурсам, показывает, что для данной задачи метод не имеет преимуществ перед традиционным.

#### Список литературы

- Kim K. T. Truncation-error reduction in 2D cylindrical/spherical near-field scanning // IEEE transactions on antennas and propagation. - 2010. - T. 58. - №. 6. - C. 2153-2158.
- [2] Kim K. T. Truncation-error reduction in spherical near-field scanning using slepian sequences: Formulation for scalar waves // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 2011. – T. 59. – №. 8. – C. 2813-2823.
- [3] Kim K. T. Slepian transverse vector spherical harmonics and their application to near-field scanning // 2011 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI). – IEEE, 2011. – C. 2138-2141.
- [4] Kim K. T. Validation of the Slepian approach to truncation-error reduction in spherical near-field scanning // Proceedings of the 2012 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation. – IEEE, 2012. – C. 1-2.
- [5] Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния объектов / Н.П. Балабуха, А.С. Зубов, В.С. Солосин. – М.: Наука, 2007 – 266 с.
- [6] Методы измерений параметров излучающих систем в ближней зоне / Л. Д. Бахрах, Изд-во: "Наука", Ленинградское отделение – 1985 – 272 с.
- [7] Radar cross section measurements / E. F. Knott Springer Science and Business Media, 2012.
- [8] Borkar V. G. et al. Radar cross-section measurement techniques //Defence Science Journal. 2010. T. 60. №. 2. C. 204.
- [9] T. B. Hansen, R. A. Marr, U. H. W. Lammers, T. J. Tanigawa, R. V. McGahan. Bistatic RCS calculations from cylindrical near-field measurements—Part I: Theory //IEEE transactions on antennas and propagation. 2006. T. 54. №. 12. C. 3846-3856.
- [10] R. A. Marr, U. H. W. Lammers, T. B. Hansen, T. J. Tanigawa, R. V. McGahan. Bistatic RCS calculations from cylindrical near-field measurements—Part II: Experiments //IEEE transactions on antennas and propagation. – 2006. – T. 54. – №. 12. – C. 3857-3864.
- [11] Балабуха, Н. П., Коняев, Д. А., Шапкина, Н. Е. and Шитикова, К. М. Исследование применимости метода измерения ЭПР протяженных тел, основанного на разложении поля в ближней зоне по функциям Слепяна методом математического моделирования // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика. Астрономия. – 2021. – №. 1. – С. 3-10.
- [12] Balabukha N. P., Konyaev D. A., Shapkina N. E., Shitikova K. M. Mathematical modeling of bistaticres determination by values of the near-field set on a part of the spherical or cylindrical surface // 2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). - IEEE, 2019. - P. 308-311.
- [13] Balabukha N. P., Konyaev D. A., Shapkina N. E., Shitikova K. M. Simulation of the electromagnetic far-field scattered by an object based on measurements of the near-field on a scanning segment in the scalar two-dimensional case // 2021 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW). – IEEE, 2021. – P. 139–142.
- [14] N. P. Balabukha, D. A. Konyaev, N. E. Shapkina, and K. M. Shitikova, "Mathematical modeling of bistaticrcs determination by values of the near-field set on a part of the spherical or cylindrical surface," in 2019 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW), pp. 308–311, IEEE, 2019
- [15] Математические модели электродинамики [Учеб.пособие для вузов] / А. С. Ильинский, В. В. Кравцов, А. Г. Свешников– Высш. шк, 1991.
- [16] Теория электромагнетизма / Дж. Стреттон. М.: Гостехиздат. 1948. Т. 1.
- [17] Huddleston G. K. Optimum probes for near-field antenna measurements on a plane :дис. Georgia Institute of Technology, 1978.
- [18] Расчет излучаемых структур с помощью FEKO / С. Е. Банков, А. А. Курушин М.: ЗАО НПП "Родник". 2008.

### Подавление эффекта Гиббса при цифровой обработке сигналов с целью повышения точности измерений электродинамических параметров образцов

Басков К.М. \* <sup>1</sup>, Семененко В.Н.<sup>1</sup>, Фурманова Т.А.<sup>1</sup>, Чистяев В.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук

Статья поступила в редакцию 01.09.2022 Одобрена после рецензирования 19.10.2022 Принята к публикации 31.10.2022

#### Аннотация

В статье представлен способ подавления эффекта Гиббса, который наблюдается при цифровой обработке результатов измерений S-параметров различных образцов материалов методом TimeDomain и приводит к существенным погрешностям измерений. Способ основан на введении в обрабатываемый сигнал функции предыскажения. В результате во временной области обрабатываемый сигнал существенно укорачивается, что существенно уменьшает погрешности измерений, связанные с эффектом Гиббса при оконном преобразовании Фурье функций с разрывом. Представлены два варианта функции предыскажения: линейная функция предыскажения и функция предыскажения в виде скользящего среднего. Эффективность применения линейной функции предыскажения продемонстрирована как численно, так и экспериментально. Показано, что, в случае если в истинном сигнале существует узкополосный резонанс, то его временной спектр оказывается очень длинным. Это приводит к усилению эффекта Гиббса при цифровой обработке такого сигнала, а линейная функция предыскажения не позволяет в полной мере его подавить. С помощью математического моделирования показано, что функция предыскажения в виде скользящего среднего позволяет существенно повысить точность восстановления истинного сигнала, в котором наблюдается узкополосный резонанс.

Ключевые слова: TimeDomain, эффект Гиббса, коэффициент пропускания, коэффициент отражения, S-параметры, преобразование Фурье

#### Введение

Развитие радиотехнической измерительной техники с целью повышения точности результатов измерений имеет два направления. Во-первых, необходимо повышать точностные характеристики аппаратуры, которая применяется при проведении измерений радиотехнических характеристик объектов [1]. Во-вторых, необходимо совершенствовать алгоритмы цифровой обработки сигналов [2]. С появлением векторных анализаторов цепей (ВАЦ) появилась возможность проводить калибровку с вычитанием фона при проведении радиоизмерений, т.е. осуществлять вычитание сигналов, которые связаны с отражениями электромагнитной волны от посторонних предметов, не относящихся к исследуемому объекту. При этом чаще всего вычитания фона для достижения высокой точности измерений оказывается недостаточным, поэтому при проведении измерений электродинамических параметров объектов для повышения точности используют процедуру селекции сигналов во временной области TimeDomain.

В реальном эксперименте измеряется частотная зависимость S-параметров, в которую вносят вклад как основной сигнал, так и аддитивные помехи. Часто основной сигнал и аддитивные помехи разделены по времени. Поэтому применяют процедуру цифровой фильтрации измеренного сигнала. Для этого путём обратного преобразования Фурье измеренную частотную зависимость переводят во временную область, где появляется возможность отделить полезный сигнал от аддитивных помех с помощью оконной функции. После этого проводят процедуру прямого преобразования Фурье и переводят сигнал обратно в частотную область. В результате получают частотную зависимость S-параметра, не содержащую вклада аддитивных помех.

 $<sup>^* {\</sup>rm Автор},$ ответственный за переписку: Константин Михайлович Басков, kokofech@rambler.ru

Известно, что использование такого вида цифровой обработки, связанной с обратным преобразованием Фурье измеренного сигнала, приводит к появлению паразитных осцилляций сигнала на краях частотного диапазона, так называемого эффекта Гиббса [3]. Эффект Гиббса связан со сходимостью ряда Фурье в точке разрыва функции. Поскольку в точке разрыва ряд Фурье сходится к функции очень медленно и неравномерно, предельная флуктуация частичной суммы ряда больше, чем скачок функции в этой точке. Эффект Гиббса всегда имеет место при резких нарушениях монотонности функций. На скачках он максимален, во всех остальных случаях амплитуда пульсаций зависит от характера нарушения монотонности функций. Быстрое преобразование Фурье, используемое в цифровой фильтрации, требует, чтобы количество точек равнялось 2<sup>N</sup>. Обычно в процессе измерений снимается 2000 точек по частоте, которые добавляются нулями до 2<sup>14</sup>. Добавление нулями массива с измеренными значениями позволяет получить интерполированное преобразование более сглаженной формы. Очевидно, что при добавлении нулями массива измеренных значений возникают разрывы, и даже использование весовых окон не позволяет полностью устранить эффект Гиббса. Осцилляции сигнала в низкочастотной части частотного диапазона могут сильно уменьшить динамический диапазон измерений.

В [4] описан стенд, который предназначен для измерения электродинамических параметров плоских образцов материалов в свободном пространстве в широкой полосе частот СВЧ диапазона. Для устранения влияния переотражений между измеряемым образцом и приемо-передающими рупорными антеннами в программно-аппаратном обеспечении измерительного стенда реализована процедура обработки измеренного сигнала в пространственной (временной) области TimeDomain. Также в [5] указано, что в цифровой обработке сигналов используется математический алгоритм подавления эффекта Гиббса, который наблюдается в виде осцилляций на краях частотного диапазона в измеренных и отфильтрованных во временной области частотных зависимостях S-параметров исследуемых образцов.

В настоящей работе описан способ, основанный на представленном в [6] математическом алгоритме, в котором подавление эффекта Гиббса осуществляется с помощью добавления функции предыскажения в обрабатываемый сигнал в частотной области. Приводятся результаты численного моделирования, в котором эффект Гиббса подавляется с применением двух типов функции предыскажения. Представлены результаты измерений коэффициента пропускания образца, изготовленного из кварцевого стекла, а также частотных зависимостей диэлектрической и магнитной проницаемостей образца из композитного материала. Эти результаты демонстрируют повышение точности измерений при цифровой обработке сигнала с использованием разработанного способа подавления эффекта Гиббса.

# 1. Математический алгоритм подавления эффекта Гиббса при цифровой обработке измеренных частотных зависимостей S-параметров образцов материалов

В работе [4] был представлен стенд для измерения S-параметров образцов материалов, а также их диэлектрической и магнитной проницаемостей в диапазоне частот от 2 до 39 ГГц. На этом стенде перед проведением измерений проводится его калибровка, а именно измеряются сигнал фона и сигнал, с которым сравнивается измеряемый сигнал S-параметра образца. При проведении измерений исследуемый образец помещается в круглое окно металлической диафрагмы с нанесенным на нее радиопоглощающим покрытием, расположенной в ближней зоне рупорных антенн П6-23М при измерении в диапазоне частот от 2 до 24 ГГц или П6-64 при измерении в диапазоне частот от 22 до 39 ГГц.

Для устранения мешающих переотражений в СВЧ тракте перед проведением измерений Sпараметров на стенде в диапазоне частот  $f_{beg} \dots f_{end}$  производится процедура калибровки, которая заключается в измерении матриц двух комплексных сигналов: сигнала фона  $S_{bgr}$  и калибровочного сигнала  $S_{resp}$ . После записи этих сигналов производится измерение матрицы комплексного сигнала  $S_{meas}$ , представляющего собой матрицу некалиброванных значений S-параметра образца. Таким образом комплексные значения матрицы S-параметра образца до процедуры цифровой фильтрации TimeDomain определяются следующим образом:

$$S_0 = \frac{S_{mes} - S_{bgr}}{S_{resp} - S_{bgr}}.$$
(1)

Однако вычитание сигнала фона  $S_{bgr}$  из измеренного  $S_{meas}$  и калибровочного  $S_{resp}$  сигналов не позволяет полностью избавиться от наличия аддитивных помех в сигнале  $S_0$ . Поэтому необходимо провести цифровую обработку сигнала  $S_0$ , т.е. выполнить пространственную (временную) фильтрацию TimeDomain полезного сигнала S от аддитивных помех, присутствующих в сигнале  $S_0$ . Математическое выражение цифровой обработки сигнала TimeDomain можно записать следующей формулой:

$$S = F(w(t) F^{-1}(S_0)),$$
(2)

где F и  $F^{-1}$  – процедуры прямого и обратного преобразования Фурье; w(t) – оконная функция, используемая для пространственной фильтрации полезного сигнала.

Существует множество разновидностей оконных функций, применяемых при цифровой фильтрации сигналов: прямоугольное окно, синус-окно, окно Ханна, окно Хемминга, окно Блэкмена и т.д. Далее рассмотрим процедуру цифровой фильтрации TimeDomain с использованием оконной функции, полученной свёрткой оконной функции Кайзера и прямоугольной оконной функции.

Сигнал  $S_0$  представляет собой массив с размерностью  $N(S_{0i}, i = 1...N)$ . Для ускорения расчетов, чтобы отображать обработанный сигнала в реальном масштабе времени, при цифровой обработке прямое и обратное преобразование Фурье сигнала лучше проводить с использованием процедуры быстрого преобразования Фурье. Для этого массив измеренной величины  $S_{0i}$  необходимо записать в середину массива  $S_{F0j}$  с большей размерностью M, при этом число M должно быть произведением целых степеней простых чисел 2, 3, 5 и т.д. Элементы массива  $S_{F0j}$ , не занятые элементами массива  $S_{0i}$ , приравниваются нулю. В результате проведения процедуры обратного преобразования Фурье в соответствии с (2), измеренный сигнал во временной области обладает большой длительностью из-за разрывов, возникающих в частотном спектре массива  $S_{F0j}$  на границах диапазона частот измерений. Данное обстоятельство при использовании достаточно узкой оконной функции для проведения фильтрации полезного сигнала от близко расположенных помех приводит к образованию существенных погрешностей на границах измеряемого диапазона частот.

Для того, чтобы измеренный сигнал во временной области обладал меньшей длительностью, необходимо в измеренный сигнал в частотной области  $S_{0i}$  ввести предыскажение таким образом, чтобы в процедуре обратного преобразования Фурье участвовал массив с элементами, равными нулю на границах измеряемого диапазона частот. Один из вариантов такого предыскажения можно выразить следующим образом:

$$S'_{0\,i} = S_{0\,i} - T_i,\tag{3}$$

где  $T_i = S_1 + (S_N - S_1) \frac{(i-1)}{N}$ ;  $S_1$  и  $S_N$  – первый и последний элементы массива, содержащего результаты измерений после цифровой обработки сигнала TimeDomain.

В выражении (3) элементы массива  $T_i$  линейно изменяются в зависимости от индекса i от первого значения массива измеренных значений  $S_0$  до последнего.

После процедуры пространственной фильтрации массива с предыскажением  $S'_{0\ i}$  детерминированную функцию  $T_i$  необходимо обратно прибавить к отфильтрованному сигналу. Таким образом, математическая запись процедуры цифровой фильтрации TimeDomain с подавлением эффекта Гиббса выражается формулой:

$$S = F(w(t) F^{-1} (S_{F0} - T)) + T,$$
(4)

где T – функция предыскажения, дискретные значения которой определены в массиве  $T_i$ .

Так как значения в массиве  $S_0i$  определяются не только измеряемой величиной S, но и аддитивной помехой, источник которой расположен на некотором расстоянии от измеряемого образца, определить функцию T, а именно определить точные значения измеряемой величины на границах диапазона частот сразу невозможно. Необходимо выделить значения измеряемой величины S на фоне аддитивных помех. Так как источник полезного сигнала и источники помех разнесены в пространстве, а результатом измерений является интерференция этих сигналов, суммарный сигнал  $S_0$  представляет собой быстро осциллирующую функцию. Для обработки таких функций во всех современных ВАЦ используют процедуру их усреднения скользящим средним, которая записывается итерационной формулой:

$$T'_{i\,k} = \sum_{j=-n}^{j=+n} \frac{T'_{(i+j)\,k-1}}{n+1}, \quad k = 2...K,$$
(5)

где n – число точек усреднения; K – количество итераций при усреднении;  $T'_{i1} = S_{0i}$ .

При использовании в ВАЦ процедуры сглаживания измеренного сигнала скользящим средним количество итераций K и число точек n обычно выбирается оператором таким образом, чтобы осцилляции частотной зависимости измеряемой величины отсутствовали. Чем больше количество итераций K и/или число точек n, тем больше уменьшается амплитуда аддитивной помехи. Вычислить уровень уменьшения амплитуды аддитивной помехи за одну итерацию при заданном количестве точек усреднения (полосы частот усреднения  $\Delta$ ) можно по формуле, которая получается из определения скользящего среднего:

$$S_{nois\ k+1} = S_{nois\ k} \frac{2\ c\ \sin\left(\frac{2\pi d_{nois}}{c}\frac{\Delta}{2}\right)}{2\pi d_{nois}\Delta},\tag{6}$$

где  $d_{noise}$  – расстояние от источника аддитивной помехи до измеряемого образца.

Преимущества и недостатки процедуры сглаживания сигналов скользящим средним хорошо известны и в данной работе не рассматриваются. В данной работе эта процедура используется с целью определения функции предыскажения *T* для подавления эффекта Гиббса.

### 2. Численное моделирование цифровой обработки сигнала TimeDomain с подавлением эффекта Гиббса

Моделирование обработки сигналов во временной области будем осуществлять с использованием частотных зависимостей коэффициентов отражения или пропускания двух вариантов образцов. Измеряемый диапазон частот f выберем от 2 до 24 ГГц. При моделировании процедуры TimeDomain будем использовать сигнал с аддитивной помехой, источник которой расположен на расстоянии  $d_{noise} = 1$  м от источника самого сигнала. Аддитивная помеха имеет амплитуду  $S_{noise}$  минус 20 дБ во всём диапазоне частот (уровень указан относительно величины  $S_{resp}$ ):

$$S_0 = (S_{0\ mes} + S_{nois} \exp\left(-j_m \omega d_{nois}\right)) \exp\left(j_m \omega d\right),\tag{7}$$

где  $j_m$  – мнимая единица;  $\omega$  – круговая частота; d – расстояние, на которое сдвигается сигнал во временной области для удобства отображения на графике.

В качестве измеряемой величины  $S_{0meas}$  при моделировании процедуры TimeDomain в первом примере используется коэффициент пропускания диэлектрической пластины толщиной 2,0 мм с диэлектрической проницаемостью 3,8 без электрических потерь. При моделировании размерность N массива  $S_0$  принимается равной 2001, а размерность M массива для использования процедуры быстрого преобразования Фурье принимается равной 4096.

На рисунке 1 представлены сигналы  $S'_0$  и  $S_0$  во временной области. Значение времени на графике представлено в виде дистанции l. Можно увидеть, что сигнал  $S'_0$  обладает существенно меньшей длительностью, чем сигнал  $S_0$ , что при использовании достаточно узкой оконной функции позволяет терять существенно меньше полезной информации обрабатываемого сигнала, что, в свою очередь, приводит к уменьшению эффекта Гиббса после проведения процедуры TimeDomain.



Рисунок 1 – Сигналы  $S_0$  (синяя кривая) <br/>и $S_0'$  (красная кривая) во временной области при проведении цифровой фильтрации TimeDomain

На рисунке 2 приведены сигналы в частотной области f, обработанные по формуле (4) – с подавлением эффекта Гиббса и по формуле (2) – без подавления эффекта Гиббса, с применением оконной функции, полученной с помощью свёртки оконной функции Кайзера и прямоугольной оконной функции. Эта функция отлична от нуля только при значениях l от 0,7 до 1,3 м, а при других значениях l она равна нулю.

Из приведённых на рисунке 2 графиках видно, что сигнал, отфильтрованный с помощью процедуры TimeDomain без подавления эффекта Гиббса, существенно (более чем на 5 дБ по амплитуде и 2° по фазе) отличается от истинного сигнала в поддиапазонах частот от 2 до 4 ГГц и от 22 до 24 ГГц. При удлинении оконной функции с целью уменьшения погрешностей в обработанном сигнале часть энергии аддитивной помехи искажает окончательный результат измерений.

При применении процедуры TimeDomain с подавлением эффекта Гиббса с помощью предыскажающей функции T, определённой в формуле (3), результирующий сигнал S практически во всём измеряемом диапазоне частот совпадает с истинным сигналом  $S_{0meas}$ . Исключение составляют два поддиапазона частот шириной по 0,4 ГГц в начале и в конце измеряемого диапазона. Здесь в обработанном сигнале наблюдаются погрешности по амплитуде 0,15 дБ и по фазе 0, 2°. Указанные погрешности связаны с остаточным эффектом Гиббса, который возникает из-за погрешности определения начального и конечного значений предыскажающей функции *T*. Из-за наличия помехи при использовании сглаживания скользящим средним точно определить начальное и конечное значения истинной функции невозможно. При больших амплитудах помехи такая погрешность будет большой, соответственно, чем меньше уровень помехи, тем остаточный эффект Гиббса будет меньше при использовании такой процедуры его подавления.



Рисунок 2 – Сигнал в частотной области f после проведения процедуры цифровой фильтрации TimeDomain с подавлением эффекта Гиббса и без подавления эффекта Гиббса (а – модуль; б – фаза, штриховая кривая – функция предыскажения T; истинный сигнал S<sub>0meas</sub> – чёрная кривая; сигнал после обработки с подавлением эффекта Гиббса - красная кривая; сигнал после обработки без подавления эффекта Гиббса - синяя кривая)

В рассмотренном примере эффект Гиббса возникает из-за наличия большого перепада в обрабатываемом с помощью процедуры TimeDomain сигнале на границах измеряемого диапазона. Если в процедуре цифровой обработки TimeDomain использовать дискретное преобразование Фурье при равных значениях N и M, т.е. при одинаковой размерности массивов  $S_0$  и  $S_{F0}$ , эффект Гиббса не будет наблюдаться только в том случае, если на границах частотного диапазона значения истинного сигнала без аддитивных помех будут равны. В общем случае, в той или иной степени эффект Гиббса, если его не подавлять, всегда будет влиять на точность результатов измерений при их цифровой обработке.

Вместо предыскажающей функции T, которая использовалась в предыдущем примере для подавления эффекта Гиббса, можно было бы использовать функцию T', которая получается после применения процедуры усреднения измеряемой величины  $S_0$  скользящим средним. При достаточно гладких частотных зависимостях S-параметров образцов эффективность применения обеих предыскажающих функций будет одинаковой для подавления эффекта Гиббса. Рассмотрим случай, когда в частотной зависимости S-параметров образца наблюдается узкополосный резонанс, т.е. коэффициент пропускания или отражения резко изменяется в узком поддиапазоне частот. В этом случае при обратном преобразовании Фурье полученный сигнал также обладает большой длительностью, а процедура подавления эффекта Гиббса при использовании предыскажающей функции T будет недостаточно эффективной. Для более эффективного подавления эффекта Гиббса предлагается использовать предыскажающую функцию T'. Примером такой частотной зависимости S-параметра может служить частотная зависимость коэффициента отражения (КО) некоторой периодической структуры – частотно-избирательной решётки (ЧИР).

В частотных зависимостях S-параметров ЧИР могут существовать узкополосные резонансы. На примере такой частотной зависимости КО ЧИР рассмотрим процедуру подавления эффекта Гиббса при использовании двух предыскажающих функций T и T'. На рисунке 3 во временной области приведены в сумме с аддитивной помехой (как в предыдущем примере) сигнал  $S_0$ , а также сигналы  $S'_0$  при использовании функций предыскажения T и T'. При наличии в сигнале узкополосного резонанса его длительность во временной области существенно больше, чем длительность сигнала без резонансов. Это обстоятельство приводит к тому, что при использовании узкой оконной функции в TimeDomain наблюдаются погрешности после обработки практически во всём диапазоне частот измерения.

На рисунке 4 приведена обработанная методом TimeDomain с подавлением эффекта Гиббса (при использовании предыскажающих функций T и T') частотная зависимость КО ЧИР в том поддиапазоне частот, в котором наблюдается в ней узкополосный резонанс. Помеховая обстановка (расстояние между источниками сигнала и помехи, а также амплитуда помехи), диапазон частот и длительность оконной



Рисунок 3 – Сигнал во временной области S<sub>0</sub> (синяя кривая), а также сигнал во временной области S<sub>0</sub>' при использовании функций предыскажения T (красная кривая) и T' (зелёная кривая)

функции при моделировании алгоритма обработки сигнала в этом примере использовались такие же, как в предыдущем примере. Также на рисунке 4 приведена истинная частотная зависимость ЧИР и предыскажающая функция T', которая определяется с помощью усреднения скользящим средним при следующих параметрах функции (5): n = 5 дискретов, K = 30 итераций. При таких параметрах усреднения сигнала с аддитивной помехой скользящим средним в соответствии с формулой (6) амплитуда аддитивной помехи уменьшается на 2 дБ. Графики на рисунке 4 демонстрируют, что функция предыскажения T', которая получается при использовании усреднения сигнала с помехой скользящим средним хоть и близка к истинному сигналу, но содержит погрешность. Частотная зависимость КО ЧИР, полученная при использовании предыскажающей функции T, демонстрирует, что в достаточно широком поддиапазоне частот невозможно с высокой точностью выделить истинный сигнал даже при подавлении эффекта Гиббса. Использование функции T' для подавления эффекта Гиббса позволяет с высокой точностью (с погрешностью менее 0,01 дБ) восстановить истинный сигнал во всём измеряемом диапазоне частот за исключением его границ, где наблюдается остаточный эффект Гиббса, а также поддиапазона частот самого узкополосного резонанса.



Рисунок 4 – Частотная зависимость КО ЧИР после проведения цифровой фильтрации TimeDomain с подавлением эффекта Гиббса при использовании предыскажающих функций T (красная кривая) и T' (зелёная кривая) (истинный сигнал – синяя кривая; функция T' – штриховая кривая)

## 3. Применение процедуры TimeDomain с подавлением эффекта Гиббса в реальной измерительной установке

В этом разделе главы демонстрируется эффективность подавления эффекта Гиббса при проведении процедуры временной селекции сигналов TimeDomain в реальном измерительном стенде. На рисунке 5 представлены измеренные частотные зависимости модуля коэффициента пропускания (КП) образца плавленого кварца толщиной 4.2 мм и диэлектрической проницаемостью 3.8, обработанные с помощью стандартной цифровой обработки TimeDomain без подавления эффекта Гиббса и с подавлением эффекта Гиббса с помощью предыскажающей функции T. Видно, что использование процедуры подавления эффекта Гиббса позволяет исключить погрешности на границах измеряемого диапазона частот. Остаточный эффект Гиббса после его подавления в результатах измерений в данной частотной зависимости практически незаметен (погрешность менее 0.05 дБ). Без использования процедуры подавления эффекта Гиббса в поддиапазонах частот от 2 до 4.5 и от 21.5 до 24 ГГц в обработанном сигнале наблюдаются погрешности, которые достигают 3.5 дБ, т.е. отношение рабочей верхней частоты к рабочей нижней частоте уменьшается от 12 до 4.8 раз.



Рисунок 5 – Измеренная частотная зависимость модуля коэффициента пропускания образца плавленого кварца при использовании процедуры подавления эффекта Гиббса (красная кривая) и без подавления эффекта Гиббса (синяя кривая) (рассчитанная зависимость – чёрная кривая)

# 4. Обсуждение предложенного способа подавления эффекта Гиббса в измерительной установке

Представленные в предыдущих разделах результаты численного моделирования и измерений демонстрируют существенное повышение точности измерений S-параметров образцов при использовании предлагаемого способа подавления эффекта Гиббса при цифровой обработке TimeDomain. Предлагаемые функции предыскажения T и T', которые необходимо использовать в описанном способе, демонстрируют одинаковую эффективность, если измеренные частотные зависимости S-параметров образцов являются достаточно гладкими. В случае если в частотных зависимостях S-параметров образцов наблюдаются узкополосные резонансы, более точно восстановить измеренные сигналы на фоне аддитивных помех позволяет способ подавления эффекта Гиббса с использованием функции предыскажения T', которая определяется по формуле (5).

К сожалению, восстановить точно измеренные сигналы в поддиапазонах частот, в которых наблюдаются узкополосные резонансы в виде резких изменений S-параметров, не удаётся даже при использовании функции предыскажения T'. Для того, чтобы восстановить истинный сигнал в поддиапазоне частот узкополосных резонансов, необходимо вместо оконной функции, выделяющей сигнал на фоне аддитивных помех, использовать оконную функцию, которая исключает аддитивные помехи с высоким уровнем амплитуд из результатов измерений. В итоге при использовании цифровой фильтрации TimeDomain практически весь полезный сигнал во временной области используется для восстановления сигнала в частотной области. Таким образом, возможно достаточно точно восстановить истинный сигнал в поддиапазоне частот резонанса, но в ущерб точности восстановления сигнала в остальных поддиапазонах частот.

#### Заключение

В статье представлена процедура подавления эффекта Гиббса при цифровой обработке результатов измерений TimeDomain с помощью введения предыскажений в обрабатываемый сигнал в виде некоторой детерминированной функции. Вычитание специальной предыскажающей функции из полезного сигнала с аддитивной помехой позволяет существенно укоротить этот сигнал во временной области, что, в свою очередь, позволяет использовать более узкую фильтрующую оконную функцию при проведении временной селекции полезного сигнала от сигнала помехи. Это обстоятельство существенно повышает точность воспроизведения результатов измерений на фоне аддитивных помех.

Продемонстрирован способ повышения точности измерений S-параметров образцов, обладающих узкополосным резонансом. Наличие в частотной зависимости S-параметров образца узкополосного резонанса, а именно резкого изменения их значений в узком поддиапазоне частот, существенно удлиняет измеренные сигналы во временной области, что в, свою очередь, ухудшает результаты их обработки после временной селекции. Для повышения точности воспроизведения истинного сигнала, в котором существует узкополосный резонанс, предлагается использовать предыскажающую функцию, получаемую из измеренного сигнала на фоне аддитивной помехи путём процедуры его усреднения скользящим средним.

Также в статье приведены результаты обработки измерений частотной зависимости коэффициента пропускания образца плавленого кварца и значений диэлектрической и магнитной проницаемостей образца композитного материала с помощью процедуры TimeDomain с подавлением эффекта Гиббса и без его подавления. Данные результаты обработки измерений демонстрируют эффективность предложенного в статье способа повышения точности реального измерительного стенда в реальной помеховой обстановке.

#### Список литературы

- [1] Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях / М.: Мир, 1983. Том 1. 312 с.
- [2] Хемминг Р.В. Цифровые фильтры / М.: Недра, 1987. 221 с.
- [3] GibbsJ. W. Nature / London, 59, 1899. P. 606.
- [4] Семененко В.Н., Чистяев В.А., Политико А.А., Басков К.М. Стенд для измерений в свободном пространстве радиофизических параметров материалов в сверхширокой полосе сверхвысоких частот // Измерительная техника, 2019. № 2. С. 55–59 DOI:10.32446/0368-1025it.2019-2-55-59.
- [5] Semenenko V.N., Chistyaev V.A., Politiko A.A. and Baskov K.M. Test Stand for Measuring the Free-Space Electromagnetic Parameters of Materials over an Ultrawide Range of Microwave Frequencies // Measurement Techniques, 2019. Vol. 62. № 2. May. Pp. 161–166. DOI:10.1007/s11018-019-01601-5.
- [6] Cheh Pan. Gibbs phenomenon removal and digital filtering directly through the fast Fourier transform // IEEE Transactions on Signal Processing, 2001. Vol. 49(2). March. P.P. 444 – 448. DOI:10.1109/78. 902128.

# Разработка структур образца для повышения точности измерений коэффициента зеркального отражения

Гильмутдинов Р.В. \* <sup>1</sup>, Меньших Н.Л.<sup>1</sup>, Фёдоров С.А.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук

> Статья поступила в редакцию 01.09.2022 Одобрена после рецензирования 19.10.2022 Принята к публикации 31.10.2022

#### Аннотация

В данной работе сравнивалось влияние различных структур плоских образцов материалов на методическую погрешность метода замещения в бистатической постановке при измерении модуля коэффициента зеркального отражения (МКО) и определении угла Брюстера. Структуры представляют собой образец, ребра и тыльная сторона которого покрыты радиопоглощающими материалами. Методом моментов в программе FEKO были исследованы структуры на основе материала из модельных магнитодиэлектриков с не зависящими от частоты параметрами среды. Проведено сравнение полученных результатов между собой и с результатами аналитических расчётов по формулам Френеля МКО, проведённых при рассмотрении бесконечного плоского слоя материала. Путем численных экспериментов показано, что применение структур позволяет уменышить влияние краевых эффектов и повысить точность измерений, включая минимум МКО при угле Брюстера. Выделены виды структур, уменьшающие влияние как первичной, так и вторичной дифракции. Также в работе исследовалось влияние рёбер на эффекты первичной дифракции. Применение представленных в работе структур образцов позволяет уменьшить влияние хэфектов во всем рабочем частотном и угловом диапазоне. Выводы о преимуществе структур, полученные в данной работе, применимы к любым магнитодиэлектрическим материалам с потерями.

**Ключевые слова:** бистатические измерения, краевые эффекты, коэффициент отражения, метод моментов, FEKO

#### Введение

В последнее время увеличилось число исследований, посвященных бистатическим измерениям. В работе [1] исследована возможность использования многопозиционной радиолокации, применение бистатической схемы в передаче сигналов. Большое значение получило изучение бистатических характеристик рассеяния типовых объектов [2] - [4]. Особый практический интерес вызывает применение двухпозиционного рассеяния радиоволн в геофизических методах зондирования земной поверхности [5]. В связи с этим при создании современных изделий необходимо учитывать их бистатические свойства рассеяния.

Важным радиофизическим параметром любого материала является его коэффициент зеркального отражения. В последнее время активно разрабатываются измерительные стенды, на которых можно проводить экспериментальные исследования этого параметра [6, 7]. Причем сегодня активно задействуется компьютерное моделирование радиофизического измерения для оценки возможностей установки, а также для разработки и модернизации имеющихся измерительных стендов [8].

Целью настоящей работы является исследование возможностей повышения точности измерения параметров материала на бистатическом стенде ИТПЭ РАН за счет использования специальных образцов.

#### Постановка задачи

Для плоского образца материала конечных размеров могут наблюдаться существенные отличия между измеренными характеристиками рассеяния и аналитическими значениями для бесконечного

<sup>\*</sup>Автор, ответственный за переписку: Руслан Валерьевич Гильмутдинов, gilmutdinov.rv@phystech.edu

слоя [9]. Это связано с дифракционными эффектами на краях, такими как рассеяние электромагнитной волны на ребре, излучением ползучих волн [10] и др. Влияние этих эффектов определяется геометрией, размерами (в длинах волн) и параметрами материалов образцов.

В данной работе представлены разработанные структуры образцов материала для уменьшения влияния краевых эффектов. Результаты численных расчетов, сделанных в программе FEKO методом моментов, сравнивались между собой, а также с аналитическим расчетом по формулам Френеля [11] для бесконечного слоя материала с заданными параметрами.

#### Исследование структур

Измерение параметров материалов можно проводить в свободном пространстве. При этом, как правило, используется метод замещения: сигнал, полученный при зеркальном отражении от материала, нормируется на сигнал, отраженный от проводящего образца такой же геометрии.

На рисунке 1 представлены схемы четырех структур плоских квадратных образцов в сечении. На рисунке 1а представлена структура "Классическая',' представляющая собой материал, нанесенный на металлическую подложку. На рисунке 1б изображена структура "Обёртка", где в качестве исследуемого образца выступает пластина, со всех сторон покрытая материалом. Структура "Поролон" (рисунок 1в) предполагает укрытие обратной стороны образца с материалом и нормировочной пластины слоем РПМ. На рисунке 1г изображена структура "Поролон+Обёртка", являющаяся объединением структур "Обёртка" и "Поролон".

В качестве исследуемых материалов представлены модельные магнитодиэлектрики (резонансного типа и с углом Брюстера) без частотной дисперсии.



Рисунок 1 – Схемы структур образцов в разрезе

На рисунке 2 представлены кривые зависимостей значений модуля коэффициента зеркального отражения (MKO) от угла падения для различных структур образцов, а также сравнение со структурой без РПМ ("Классическая") и аналитическим расчетом. На графиках видно, что в области малых углов наилучший результат показывают структуры "Обёртка" и "Поролон+Обёртка". В то же время в области больших углов необходимо использовать структуры "Поролон" и "Поролон+Обёртка".



Рисунок 2 – Графики зависимостей МКО от угла падения различных структур образца (Н-поляризация)

Особый интерес вызывает влияние первичной дифракции на бистатические характеристики рассеяния. На рисунке 3 изображены подвиды структуры "Обёртка". В структуре "Обёртка" V2 материалом покрываются только перпендикулярные ребра, в "Обёртка" V3 только параллельные. Нормировка в обоих случаях происходит на металлическую пластину.



Рисунок 3 – Подвиды структур "Обёртка"

На рисунке 4 изображены кривые зависимостей МКО для разных видов структур "Обёртка", а также сравнение со структурой "Классическая" и аналитическим расчётом. На графиках видно, что значения МКО, полученные на структуре "Обёртка" V3, практически не отличаются от результатов структуры "Обёртка в то время как кривая значений МКО структуры "Обёртка" V2 асимптотически ведет себя как кривая структуры "Классическая".



Рисунок 4 – Графики зависимостей МКО от угла падения подвидов структуры "Обёртка" (Н-поляризация)

#### Заключение

Результаты численного моделирования показали, что в области малых углов нанесение материала на ребра образца позволяет существенно увеличить точность измерения значений МКО. В области больших углов необходимо наличие слоя РПМ и материала на обратной стороне образца. Таким образом, наилучшей структурой является "Поролон+Обёртка" как объединение структур "Обёртка" и "Поролон". Также можно отметить, что ребра, параллельные плоскости падения, вносят определяющий вклад в первичную дифракцию. Применение представленных выше структур образцов позволяет уменьшить влияние дифракционных эффектов во всем частотном и угловом диапазоне.

#### Список литературы

- [1] Bezoušek P., Schejbal V. Bistatic and multistatic radar systems // Radio engineering. 2008. Vol.17. No.3.
- [2] Gurel L., Bagci H., Castelli J. C., Cheraly A. and Tardivel F. Validation through comparison: measurement and calculation of the bistatic radar cross section of a stealth target // Radio Science. 2003. Vol.38, No.3.
- [3] Pienaar M., Odendaal J.W., Joubert J., Cilliers J. E., Smit J.C. Active calibration target for bistatic radar cross-section measurements // Radio Sci. 2016. Vol.51. P.515-523.
- [4] Potgieter M., Odendaal J.W., Blaauw C., Joubert J. Bistatic RCS measurements of large targets in a compact range // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 2019. Vol.67. No.4. P.2847.

- [5] Zeng J., Chen K.-S., Bi H., Zhao T., Yang X.A. Comprehensive analysis of rough soil surface scattering and emission predicted by AIEM with comparison to numerical simulations and experimental measurements // IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing. 2017. Vol.55. No.3.
- [6] Röding M., Sommerkorn G., Häfner S., Ihlow A., Jovanoska S., Thomä R. S. A double-arch positioner for Bistatic measurements with four degrees of freedom // Proc. of the 47th European Microwave conf., Nuremberg, Germany, 10–12 Oct. 2017. https://doi.org/10.23919/EuMC.2017.8231083.
- [7] Daout F., Schmitt F. Analysis of a bistatic Radar Cross Section measurement capability for the Boris Vian anechoic chamber // 2014 IEEE Conference on Antenna Measurements and Applications (CAMA), Antibes Juan-les-Pins, France, 16–19 Nov. 2014. https://doi.org/10.1109/CAMA.2014.7003455.
- [8] Гильмутдинов Р. В., Краснолобов И. И., Меньших Н. Л., Федоров С. А. Методические погрешности измерений коэффициента зеркального отражения плоских образцов материалов на измерительных стендах двух типов // Измерительная техника. 2021. № 6. С. 44–50. https://doi.org/10.32446/ 0368-1025it.2021-6-44-50.
- [9] N. P. Balabukha, S. A. Fedorov, R. V. Gilmutdinov, N. L. Menshikh and D. V. Sapoznikov, "The Impact of the Sizes of a Planar Sample to Methodical Errors in Measuring the Specular Reflection Coefficient,"2021 Antennas Design and Measurement International Conference (ADMInC), 2021, pp. 54-57, doi:10.1109/ADMInC54110.2021.9671006.
- [10] Балабуха Н.П., Зубов А.С., Солосин В.С. Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния М., Россия: Наука, 2007.
- [11] Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 503 с.

# Эффекты статистики фотонов при смешении волн на единичном кубите

Погосов В.В. \* <sup>1,2</sup>, Дмитриев А.Ю.<sup>3,4</sup>, Астафьев О.В.<sup>5,3,6</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное унитарное предприятие "Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова", Москва, Россия

<sup>2</sup> Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук

<sup>3</sup> Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)", Долгопрудный, Россия <sup>4</sup> Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Национальный исследовательский технологический университет "МИСиС", Москва, Россия <sup>5</sup> Сколковский институт науки и технологий, Москва, Россия <sup>6</sup> Университет Лондона, Лондон, Великобритания

> Статья поступила в редакцию 01.09.2022 Одобрена после рецензирования 19.10.2022 Принята к публикации 31.10.2022

#### Аннотация

Рассматривается теоретически смешение волн при облучении одиночного сверхпроводникового кубита двумя фотонными полями. Первый сигнал — это классический монохроматический сигнал (накачка), а второй — неклассический свет. В частности, мы рассматриваем два примера неклассического света: (1) широкополосный сжатый свет, который может генерировать вырожденный параметрический усилитель, и (2) периодически возбуждаемую квантовую суперпозицию фоковских состояний с 0 и 1 фотонами, которая может порождаться источником одиночных фотонов (кубитом-источником) при накачке его соответствующими импульсами. Показано, что смешение классических и неклассических фотонных полей приводит к появлению боковых пиков в рассеянном излучении из-за упругого многофотонного рассеяния на пробном кубите, который выступает в роли нелинейного элемента. Продемонстрировано, что структура боковых пиков качественным образом отличается от ситуации, когда смешиваются два классических монохроматических сигнала с немного отличающимися частотами. Наиболее интересной особенностью является отсутствие некоторых боковых пиков, отвечающих отдельным многофотонным процессам, которые оказываются невозможными из-за особенностей статистики падающей волны. Сделан общий вывод о том, что анализ амплитуд пиков можно использовать для исследования статистики фотонов в неклассической моде, что потенциально может найти применение в квантовой сенсорике.

**Ключевые слова:** кубит, фотон, нелинейные оптические процессы, смешение волн, квантовая статистика

#### Введение

Смешение волн - хорошо известное явление в области нелинейной оптики, которое имеет различные применения. Этот эффект проявляется в генерации волн с новыми частотами в результате взаимодействия между входящими двумя или тремя волнами, которая сохраняет общую энергию фотонов. Смешение волн обычно проявляется в нелинейной среде, характеризующейся ненулевой восприимчивостью второго или более высокого порядка. Недавний прогресс в методах миниатюризации и управлении квантовыми полями привел к возможности реализации нелинейных эффектов на уровне одной искусственной квантовой системы. Прогресс в этом направлении имеет важное значение в контексте квантовой обработки информации и квантовой сенсорики.

Одной из перспективных платформ для построения квантовых устройств являются сверхпроводящие квантовые схемы. В частности, сверхпроводящие системы предлагают режимы, недоступные для естественных атомов, что позволяет реализовать различные необычные явления квантовой оптики как в конфигурациях на чипе, так и в открытом пространстве.

<sup>\*</sup>Автор, ответственный за переписку: Вальтер Валентинович Погосов, walter.pogosov@gmail.com

#### Смешение волн на единичном кубите

Примером нелинейного оптического явления является смешение волн на одном искусственном атоме (кубите), что было продемонстрировано экспериментально в серии статей [1] - [3]. Атом играет роль нелинейного элемента, обеспечивающего взаимодействие между микроволнами. В работе [3] было продемонстрировано волновое смешение непрерывных классических сигналов на сверхпроводящем кубите, связанном с копланарным волноводом, и наблюдалось существование узких боковых пиков разных порядков нелинейности, которые были приписаны упругому многофотонному рассеянию. Хотя как экспериментальные, так и теоретические результаты [3] были получены для классических сигналов, было высказано предположение, что амплитуды боковых пиков, в целом, должны быть чувствительны к статистике фотонов падающих волн, и эта особенность может быть использована для исследования их статистических свойств. Данное предложение может быть реализовано путем смешивания классических и неклассических сигналов на атоме, что, согласно указанной гипотезе, должно позволить восстановить информацию о квантовой статистике в неклассической моде.

#### Смешение классического и неклассического света

В данной работе мы теоретически рассматриваем смешение волн в указанной постановке, то есть с участием неклассического фотонного поля. Мы рассматриваем динамику одиночного кубита, облучаемого одновременно когерентной волной и неклассическим светом с близкими несущими частотами. Рассмотрены два примера неклассического поля, создаваемого либо вырожденным параметрическим усилителем, либо источником одиночных фотонов.

Построено описание динамики единичного кубита под действием соответствующих накачек (классической н неклассической). Для этого были выведены обобщенные уравнения Максвелла-Блоха, для которых были аналитически получены квазистационарные решения, соответствующие установившемуся решению для кубита.

Обнаружено, что структура пиков в спектре рассеянного сигнала не идентична случаю волнового смешения двух непрерывных когерентных волн — например, некоторые пики вовсе отсутствуют. Для случая однофотонного источника при смешении с когерентным сигналом мы получаем трехпиковый спектр. Для сжатого света из вырожденного параметрического усилителя в одной моде и классической накачки в другой мы получаем только пики, содержащие четное число фотонов, а остальные пики отсутствуют. В случае сжатого света с конечной шириной полосы, вклад в амплитуды боковых пиков вносят только многофотонные процессы с участием коррелированных пар сжатого поля. Такие ограничения носят еще более строгий характер для фоковских состояний с 0 и 1 фотонами, так что в этом случае появляется только один боковой пик, что и приводит к появлению трехпикового спектра.

#### Заключение

Мы теоретически рассмотрели смешение волн между классическим монохроматическим сигналом и неклассическим светом. Перемешивание происходит за счет взаимодействия двух фотонных полей на одном кубите, что порождает упругие многофотонные процессы. Были рассмотрены два конкретных примера неклассического света: широкополосный сжатый свет, который может создаваться вырожденным параметрическим усилителем, и периодически возбуждаемая суперпозиция фоковских состояний с 0 и 1 фотонами, которые могут генерироваться однофотонным источником.

Спектр излучаемого света, содержащий боковые пики, связанные с нелинейностями разных порядков, отличается от аналогичного спектра в случае облучения кубита двумя классическими накачками. Причина в том, что неклассические фотонные поля характеризуются нулевой заселенностью определенных фоковских состояний.

Таким образом, амплитуды боковых пиков можно использовать для исследования неклассической статистики света. Ключевая идея состоит в том, что свет, статистические свойства которого должны быть определены, должен быть смешан с классическим сигналом на одном искусственном атоме. Отсутствие некоторых пиков в упругом спектре излучаемого света по сравнению со случаем смешения двух классических сигналов показывает, что первый сигнал является сильно неклассическим.

#### Список литературы

 Dmitriev, A. Yu., Shaikhaidarov, R., Antonov, V. N., Hönigl-Decrinis, T, Astafiev, O. V. Quantum wave mixing and visualisation of coherent and superposed photonic states in a waveguide // Nature Communications. – 2017. – № 8. –1352.

- [2] Hönigl-Decrinis, T., Antonov, I. V., Shaikhaidarov, R., Antonov, V. N., Dmitriev, A. Yu., Astafiev, O. V. Mixing of coherent waves in a single three-level artificial atom // Physical Review A. 2018. № 98. –041801(R).
- [3] Dmitriev, A. Yu., Shaikhaidarov, R., Hönigl-Decrinis, de Graaf, S.E., Antonov, V. N., Astafiev, O. V. Probing photon statistics of coherent states by continuous wave mixing on a two-level system // Physical Review A. – 2019. – № 100. – 013808.