

Проводимость тонкого слоя в случае неоднородного электрического поля

Э.В. Завитаев¹, О.В. Русаков², Т.Э. Симонова², А.И. Уткин^{* 2}

¹ *Мытищинский филиал МГТУ им. Н. Э. Баумана, Мытищи, Россия*

² *Государственный гуманитарно-технологический университет, Орехово-Зуево, Россия*

Статья поступила в редакцию 16.04.2025

Одобрена после рецензирования 19.05.2025

Принята к публикации 30.06.2025

Аннотация

Выполнен расчёт проводимости тонкого слоя в случае неоднородного электрического поля. При решении кинетического уравнения используются зеркально-диффузные граничные условия Фукса при отражении носителей заряда. Рассмотрены предельные случаи, и проведено обсуждение полученных результатов.

Ключевые слова: тонкий слой, электрическая проводимость, химический потенциал, неоднородное электрическое поле, зеркально-диффузные граничные условия Фукса

EDN OWQESX

doi:[10.24412/2949-0553-2025-317-04-13](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2025-317-04-13)

The conductivity of a thin layer in the case of an inhomogeneous electric field

E.V. Zavitaev¹, O.V. Rusakov², T.E. Simonova², A.I. Utkin^{*2}

¹ *Mytishchi Branch of Bauman Moscow State Technical University, Mytishchi, Russia*

² *State University of Humanities and Technology, Orekhovo-Zuyevo, Russia*

* aiutkin@yandex.ru

Abstract

The conductivity of a thin layer is calculated in the case of an inhomogeneous electric field. When solving the kinetic equation, mirror-diffuse Fuchs boundary conditions are used for reflecting charge carriers. The limiting cases are considered and the results are discussed.

Key words: thin layer, electrical conductivity, chemical potential, inhomogeneous electric field, mirror-diffuse Fuchs boundary conditions

Введение

Современная микроэлектроника базируется на технологиях, в основе которых лежит применение тонких проводящих пленок. В связи с этим становится принципиально важным развитие теоретических методов описания их физических свойств.

Поскольку спектр практического применения тонких пленок охватывает, за редкими исключениями, все области техники, отдельно следует выделить изучение их проводящих свойств, когда при достижении определенного значения размера они становятся уникальными. Это в первую очередь обусловлено рассеянием носителей зарядов (электронов и дырок) на поверхностях пленки [1–9]. Так как толщина пленки становится по порядку величины сравнима со средней длиной свободного пробега носителей заряда (тонкий слой), то в ней начинают проявляться специфические резонансные эффекты, которые, например, наблюдаются в поведении коэффициентов прохождения, отражения и поглощения

* Автор, ответственный за переписку: Алексей Игоревич Уткин, aiutkin@yandex.ru

при взаимодействии электромагнитного излучения с тонкой металлической пленкой [10]. Уникальность тонких пленок заключается в том, что их электрическая проводимость значительно меньше проводимости макроскопических образцов и носит осциллирующий характер во внешнем магнитном поле [5]. Таким образом, исследование данного обстоятельства имеет важное прикладное значение [11–13].

В данной статье мы пренебрегаем экранировкой внешнего поля внутри проводящего слоя, как в [14], по причине того, что исследование этого вопроса является отдельной научной задачей [15], однако учитываем фактор его неоднородности [10, 16]. Последнее обстоятельство весьма существенно, например, при решении задач о поверхностных плазмонах [17] и взаимодействии электромагнитной волны с проводящими объектами [18].

1. Постановка задачи

Рассмотрим тонкий проводящий слой толщиной a , площадью поперечного сечения S и коэффициентами зеркальности верхней q_1 и нижней q_2 поверхностей слоя. Пусть неоднородное электрическое поле, например, поле плоской монохроматической электромагнитной волны, параллельно слою и направлено вдоль оси X . Ось Z имеет направление вверх и вглубь тонкого слоя. Тогда

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \exp(iky - i\omega t), \quad (1)$$

где ω – частота электрического напряжения, приложенного к проводящему слою, k – волновое число.

Верхняя оценка для толщины плёнки, удовлетворяющей постановке задачи следует из условия её малости по сравнению с отношением скорости света к плазменной частоте носителей заряда, что с физической точки зрения есть толщина скин-слоя, являющаяся глубиной проникновения электромагнитного излучения в проводник (численная оценка даёт величину порядка 1 мкм). Нижняя оценка для толщины проводящей плёнки следует из того, что она должна быть много больше характерной волны де-Бройля носителей заряда (численная оценка даёт величину порядка 10 нм).

Кроме того, толщина слоя a , безусловно, должна быть мала по сравнению с длиной волны λ независимо от частоты, $a \ll \lambda = 2\pi c/\omega$, так что поле падающей волны можно рассматривать как однородное по толщине слоя (дипольное приближение) [19].

Представим функцию распределения электронов (дырок) в виде $f(\mathbf{v}, z, t) = f_0(\varepsilon) + f_1(\mathbf{v}, z, t)$, где $f_1(\mathbf{v}, z, t) = f_1(\mathbf{v}, z) \exp(iky - i\omega t)$, и будем искать ее как решение кинетического уравнения Больцмана [20]:

$$e v_x E \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} + v_z \frac{\partial f_1}{\partial z} - i\omega f_1 + ikv_y f_1 = -\frac{f_1}{\tau}, \quad (2)$$

где e – заряд электрона (дырки), v_z, v_x, v_y – соответствующие проекции вектора их скорости на координатные оси, τ – время релаксации электрона (дырки), $\varepsilon = mv^2/2$ – кинетическая энергия электрона (дырки), v – модуль вектора скорости электрона (дырки) \mathbf{v} , m – эффективная масса электрона (дырки).

Здесь

$$f_0 = (1 + \exp((\varepsilon - \mu)/k_b T))^{-1}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\exp((\varepsilon - \mu)/k_b T) \left((\exp((\varepsilon - \mu)/k_b T) + 1)^2 k_b T \right)^{-1}, \quad (4)$$

где μ – химический потенциал, k_b – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

2. Расчет проводимости

Функция распределения, удовлетворяющая (2), имеет вид:

$$f_1 = -\frac{e E v_x}{\tau^{-1} - i\omega + ikv_y} \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \left(\varphi(\mathbf{v}) \exp\left(\frac{-z(\tau^{-1} - i\omega + ikv_y)}{v_z}\right) + 1 \right), \quad (5)$$

$$\begin{cases} f_1^+(v_z, 0) = q_1 f_1^-(-v_z, 0), \\ f_1^-(-v_z, a) = q_2 f_1^+(v_z, a). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь (6) зеркально-диффузные граничные условия при отражении носителей заряда от поверхностей слоя.

Запишем (5) в виде:

$$\begin{cases} f_1^+ = A(1 + \varphi^+(v_z) \exp(-z\gamma/a)), \\ f_1^- = A \left(1 + \varphi^-(v_z) \exp\left(\frac{-(z-a)\gamma}{a}\right) \right), \end{cases} \quad (7)$$

где $A = -(eEv_x/v) f_0'(\varepsilon)$, $v = 1/\tau - i(\omega - kv_y)$, $\gamma = av/v_z$.

Подставим (7) в (6):

$$\begin{cases} 1 + \varphi^+(v_z) = q_1(1 + \varphi^-(-v_z) \exp(-\gamma)), \\ 1 + \varphi^-(-v_z) = q_2(1 + \varphi^+(v_z) \exp(-\gamma)). \end{cases} \quad (8)$$

Решая систему (8), получим:

$$\begin{cases} \varphi^+(v_z) = \frac{q_1(\exp(\gamma)+q_2)-(\exp(\gamma)+q_1)}{\exp(\gamma)-q_1q_2\exp(-\gamma)}, \\ \varphi^-(v_z) = \frac{q_2(\exp(-\gamma)+q_1)-(\exp(-\gamma)+q_2)}{\exp(-\gamma)-q_1q_2\exp(\gamma)}. \end{cases} \quad (9)$$

Плотность тока \mathbf{j} выражается через концентрацию электронов (дырок) n :

$$\mathbf{j} = 2e \left(\frac{m}{h} \right)^3 \int \mathbf{v} f_1 d^3\mathbf{v}, \quad (10)$$

$$n = 8\pi \left(\frac{m}{h} \right)^3 I_0, \quad \text{где } I_0 = \int_0^\infty \frac{v^2 dv}{1 + \exp(((mv^2/2) - \mu)/k_bT)}, \quad (11)$$

где h – постоянная Планка.

Для дальнейших расчётов перейдём от v к u следующим образом:

$$u = \frac{\varepsilon}{k_bT} = \frac{mv^2}{2k_bT} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2k_bTu}{m}},$$

$$du = \frac{m}{2k_bT} 2vdv = \frac{m}{k_bT} \sqrt{\frac{2k_bTu}{m}} dv \Rightarrow dv = \frac{k_bT}{m} \sqrt{\frac{m}{2k_bT}} \frac{du}{\sqrt{u}} = \sqrt{\frac{k_bT}{2m}} \frac{du}{\sqrt{u}}.$$

Тогда (11) примет вид:

$$n = 4\pi \left(\frac{m}{h} \right)^3 \sqrt{\left(\frac{2k_bT}{m} \right)^3} I_0, \quad \text{где } I_0 = \int_0^\infty \frac{du}{u^{-1/2} (1 + \exp(u - u_\mu))}, \quad (12)$$

здесь $u_\mu = \mu/k_bT$ – безразмерный химический потенциал.

Плотность тока \mathbf{j} и локальную проводимость слоя σ определяем стандартным образом в сферической системе координат в пространстве скоростей (v, θ, φ) , где θ, φ – полярный и азимутальный углы, v – модуль вектора скорости электрона (дырки), v_z – полярная ось; где $v_x = v \sin(\theta) \cos(\varphi)$, $v_z = v \cos(\theta)$, $v_y = v \sin(\theta) \sin(\varphi)$. Для плотности тока имеем:

$$j_x(z) = 2e \left(\frac{m}{h} \right)^3 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} v^3 \cos(\varphi) \left(\int_0^{\pi/2} \sin^2(\theta) f_1^+(v_z) d\theta + \int_{\pi/2}^\pi \sin^2(\theta) f_1^-(v_z) d\theta \right) d\varphi dv. \quad (13)$$

Из выражения (12) выразим $\left(\frac{m}{h} \right)^3 = \frac{n}{4\pi I_0} \left(\frac{2k_bT}{m} \right)^{-3/2}$ и подставим в (13), учитывая, что плотность тока $j_x(z) = \sigma E$:

$$\sigma = \frac{ne^2}{2\pi I_0} \left(\frac{2k_b T}{m}\right)^{-3/2} \frac{1}{k_b T} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} v^3 \cos(\varphi) \left(\int_0^{\pi/2} \sin^2(\theta) A \left(1 + \frac{q_1(\exp(\gamma)+q_2) - (\exp(\gamma)+q_1)}{\exp(\gamma)-q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \exp(-\gamma\xi) \right) d\theta + \int_{\pi/2}^\pi \sin^2(\theta) A \left(1 + \frac{q_2(\exp(-\gamma)+q_1) - (\exp(-\gamma)+q_2)}{\exp(-\gamma)-q_1 q_2 \exp(\gamma)} \exp(-\gamma(\xi-1)) \right) d\theta \right) d\varphi dv, \quad (14)$$

где $A = \frac{v \sin(\theta) \cos(\varphi)}{v} \frac{\exp[(mv^2/2) - \mu]/k_b T}{(1 + \exp[(mv^2/2) - \mu]/k_b T)^2 k_b T}$, $v = \tau^{-1} - i\omega + ikv \sin(\theta) \sin(\varphi)$, $\gamma = av/v \cos(\theta)$, $\xi = z/a$ - безразмерная координата внутри тонкого слоя.

Выполним обезразмеривание переменных:

$$A = \frac{\frac{a}{v} v \sin(\theta) \cos(\varphi)}{v \frac{a}{v}} \frac{\exp[(mv^2/2) - \mu]/k_b T}{(1 + \exp[(mv^2/2) - \mu]/k_b T)^2 k_b T}, \\ v \frac{a}{v} = \frac{a}{\tau v} - i\omega \frac{a}{v} + ik \frac{a}{v} v \sin(\theta) \sin(\varphi) = \Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi).$$

Тогда выражение для A примет вид:

$$A = \frac{a \sin(\theta) \cos(\varphi)}{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)} \frac{\exp(u - u_\mu)}{(1 + \exp(u - u_\mu))^2 k_b T},$$

здесь $\Omega = a\omega/v$, $\kappa = ka$ - соответственно безразмерные частота и параметр неоднородности электрического поля, $\gamma = \frac{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)}{\cos(\theta)}$, $\Delta = a/\tau v$ - безразмерная частота объёмных столкновений носителей зарядов.

Тогда локальная проводимость слоя:

$$\sigma = \frac{ne^2 a}{2\pi I_0} \left(\frac{2k_b T}{m}\right)^{-3/2} \frac{1}{k_b T} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \left(\frac{2k_b T}{m}\right)^{3/2} u^{3/2} \cos(\varphi) \times \\ \times \left(\int_0^{\pi/2} \sin^2(\theta) A \left(1 + \frac{q_1(\exp(\gamma)+q_2) - (\exp(\gamma)+q_1)}{\exp(\gamma)-q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \exp(-\gamma\xi) \right) d\theta + \right. \\ \left. + \int_{\pi/2}^\pi \sin^2(\theta) A \left(1 + \frac{q_2(\exp(-\gamma)+q_1) - (\exp(-\gamma)+q_2)}{\exp(-\gamma)-q_1 q_2 \exp(\gamma)} \exp(-\gamma(\xi-1)) \right) d\theta \right) d\varphi \left(\frac{k_b T}{2m}\right)^{1/2} \frac{du}{\sqrt{u}} = \\ = \frac{ne^2 a}{2\pi I_0} \sqrt{\frac{1}{2mk_b T}} \int_0^\infty \int_0^{2\pi} u \cos(\varphi) \left(\int_0^{\pi/2} \sin^2(\theta) A \left(1 + \frac{q_1(\exp(\gamma)+q_2) - (\exp(\gamma)+q_1)}{\exp(\gamma)-q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \exp(-\gamma\xi) \right) d\theta + \right. \\ \left. + \int_{\pi/2}^\pi \sin^2(\theta) A \left(1 + \frac{q_2(\exp(-\gamma)+q_1) - (\exp(-\gamma)+q_2)}{\exp(-\gamma)-q_1 q_2 \exp(\gamma)} \exp(-\gamma(\xi-1)) \right) d\theta \right) d\varphi du \quad (15)$$

Выражение (15) с учётом подстановки A примет вид:

$$\sigma = \frac{ne^2 a}{2\pi I_0 k_b T} \sqrt{\frac{1}{2mk_b T}} \int_0^\infty \frac{u \exp(u - u_\mu)}{(1 + \exp(u - u_\mu))^2} \int_0^{2\pi} \cos(\varphi) \left(\int_0^{\pi/2} \sin^2(\theta) \frac{a \sin(\theta) \cos(\varphi)}{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)} \times \right. \\ \times \left(1 + \frac{q_1(\exp(\gamma)+q_2) - (\exp(\gamma)+q_1)}{\exp(\gamma)-q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \exp(-\gamma\xi) \right) d\theta + \\ \left. + \int_{\pi/2}^\pi \sin^2(\theta) \frac{a \sin(\theta) \cos(\varphi)}{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)} \left(1 + \frac{q_2(\exp(-\gamma)+q_1) - (\exp(-\gamma)+q_2)}{\exp(-\gamma)-q_1 q_2 \exp(\gamma)} \exp(-\gamma(\xi-1)) \right) d\theta \right) d\varphi du \quad (16)$$

Первый интеграл в выражении (16) можно найти следующим образом:

$$\int_0^\infty \frac{u \exp(u - u_\mu) du}{(\exp(u - u_\mu) + 1)^2} = \left| \begin{array}{l} u - u_\mu = z, \\ du = dz, \\ u = z + u_\mu \end{array} \right| = \int_0^\infty \frac{u_\mu \exp(z) dz}{(\exp(z) + 1)^2} + \int_0^\infty \frac{z \exp(z) dz}{(\exp(z) + 1)^2} = \\ = \frac{u_\mu}{\exp(-u_\mu) + 1} - \frac{u - u_\mu}{\exp(u - u_\mu) + 1} \Big|_0^\infty + \int_0^\infty \frac{\exp(z) dz}{\exp(z)} - \int_0^\infty \frac{\exp(z) dz}{\exp(z) + 1} = \\ = \ln \left(\frac{\exp(z)}{\exp(z) + 1} \right) \Big|_0^\infty = \ln \left(\frac{\exp(u - u_\mu)}{\exp(u - u_\mu) + 1} \right) \Big|_0^\infty = \ln(1 + \exp(u_\mu)).$$

Исключая из выражения (16) концентрацию носителей заряда n , для локальной проводимости получим:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{4\pi m e^2 k_b T}{h^3} \ln(1 + \exp(u_\mu)) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3(\theta) \cos^2(\varphi)}{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)} \times \\ &\times \left(2 + \frac{q_1(\exp(\gamma) + q_2) - (\exp(\gamma) + q_1)}{\exp(\gamma) - q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \exp(-\gamma\xi) + \right. \\ &\left. + \frac{q_2(\exp(-\gamma) + q_1) - (\exp(-\gamma) + q_2)}{\exp(-\gamma) - q_1 q_2 \exp(\gamma)} \exp(-\gamma(\xi - 1)) \right) d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (17)$$

Для получения интегральной проводимости G по толщине слоя воспользуемся выражением:

$$G = \int_0^a \sigma \frac{dS}{L} = \frac{S}{aL} \int_0^a \sigma dz,$$

здесь L – длина тонкого слоя.

Тогда (17) примет вид:

$$\begin{aligned} G &= \frac{4\pi m e^2 k_b T}{h^3 L} \ln(1 + \exp(u_\mu)) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3(\theta) \cos^2(\varphi)}{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)} \times \\ &\times \left(2 + \frac{q_1(\exp(\gamma) + q_2) - (\exp(\gamma) + q_1)}{\exp(\gamma) - q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \frac{(1 - \exp(-\gamma))}{\gamma} + \right. \\ &\left. + \frac{q_2(\exp(-\gamma) + q_1) - (\exp(-\gamma) + q_2)}{\exp(-\gamma) - q_1 q_2 \exp(\gamma)} \frac{(\exp(\gamma) - 1)}{\gamma} \right) d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (18)$$

Рассмотрим предельные случаи для слоев из металла ($u_\mu \gg 1$) и полупроводника ($u_\mu \ll -1$).

1. Для металлического слоя $\ln(1 + \exp(u_\mu)) \approx u_\mu$ и (18) принимает вид:

$$\begin{aligned} G &= \frac{4\pi m e^2 k_b T}{h^3 L} u_\mu \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3(\theta) \cos^2(\varphi)}{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)} \left(2 + \frac{q_1(\exp(\gamma) + q_2) - (\exp(\gamma) + q_1)}{\exp(\gamma) - q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \frac{(1 - \exp(-\gamma))}{\gamma} + \right. \\ &\left. + \frac{q_2(\exp(-\gamma) + q_1) - (\exp(-\gamma) + q_2)}{\exp(-\gamma) - q_1 q_2 \exp(\gamma)} \frac{(\exp(\gamma) - 1)}{\gamma} \right) d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (19)$$

Поскольку $u_\mu = \mu/k_b T = mv_F^2/2k_b T$, а также учитывая, что концентрация носителей заряда $n = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{mv_F}{h}\right)^3$ (v_F – скорость Ферми) [20], для (19) получим:

$$\begin{aligned} G &= \frac{3}{4\pi} a \sigma_0 \Delta \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3(\theta) \cos^2(\varphi)}{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)} \left(2 + \frac{q_1(\exp(\gamma) + q_2) - (\exp(\gamma) + q_1)}{\exp(\gamma) - q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \frac{(1 - \exp(-\gamma))}{\gamma} + \right. \\ &\left. + \frac{q_2(\exp(-\gamma) + q_1) - (\exp(-\gamma) + q_2)}{\exp(-\gamma) - q_1 q_2 \exp(\gamma)} \frac{(\exp(\gamma) - 1)}{\gamma} \right) d\theta d\varphi, \end{aligned} \quad (20)$$

где $\sigma_0 = ne^2\tau/m$.

Выражение (20) соответствует результату, полученному в [20].

Переходя к случаю макроскопического слоя из металла ($\kappa = 0$), имеем:

$$G = \frac{a\sigma_0}{1 - i\omega\tau}. \quad (21)$$

Выражение (21) соответствует классическому результату, полученному в рамках теории Друде [21].

2. В случае тонкого полупроводникового слоя $u_\mu \ll -1$. Тогда $\ln(1 + \exp(u_\mu)) \approx \exp(u_\mu)$ и выражение (18) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} G &= \frac{4\pi m e^2 k_b T}{h^3 L} \exp(u_\mu) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3(\theta) \cos^2(\varphi)}{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)} \left(2 + \frac{q_1(\exp(\gamma) + q_2) - (\exp(\gamma) + q_1)}{\exp(\gamma) - q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \frac{(1 - \exp(-\gamma))}{\gamma} + \right. \\ &\left. + \frac{q_2(\exp(-\gamma) + q_1) - (\exp(-\gamma) + q_2)}{\exp(-\gamma) - q_1 q_2 \exp(\gamma)} \frac{(\exp(\gamma) - 1)}{\gamma} \right) d\theta d\varphi. \end{aligned} \quad (22)$$

Для дальнейших расчётов в выражении (18) выделим безразмерную проводимость G^* , которая зависит от безразмерных параметров x , y , κ , q_1 , q_2 и u_μ :

$$G^* = \ln(1 + \exp(u_\mu)) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^3(\theta) \cos^2(\varphi)}{\Delta - i\Omega + i\kappa \sin(\theta) \sin(\varphi)} \left(2 + \frac{q_1(\exp(\gamma) + q_2) - (\exp(\gamma) + q_1)}{\exp(\gamma) - q_1 q_2 \exp(-\gamma)} \frac{(1 - \exp(-\gamma))}{\gamma} + \right. \\ \left. + \frac{q_2(\exp(-\gamma) + q_1) - (\exp(-\gamma) + q_2)}{\exp(-\gamma) - q_1 q_2 \exp(\gamma)} \frac{(\exp(\gamma) - 1)}{\gamma} \right) d\theta d\varphi. \quad (23)$$

Тогда выражение (18) примет вид:

$$G = \frac{4aSe^2mk_bT}{h^3L} G^*. \quad (24)$$

3. Анализ результатов

Рассмотрим поведение модуля и аргумента безразмерной проводимости G^* от безразмерного параметра неоднородности электрического поля κ .

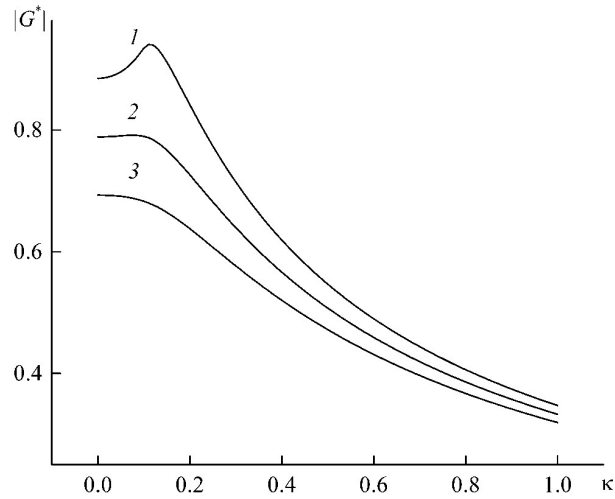


Рисунок 1 – Зависимость модуля безразмерной проводимости G^* от безразмерного параметра неоднородности электрического поля κ . Кривая 1 отвечает значениям: $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$; 2 – $\Delta = 0.05$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$; 3 – $\Delta = 0.09$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$

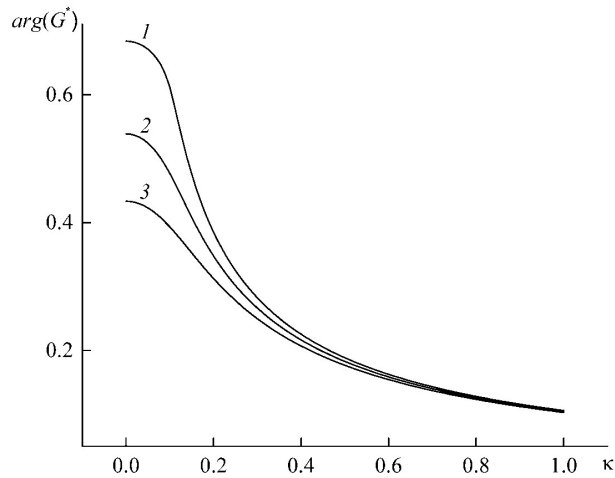


Рисунок 2 – Зависимость аргумента безразмерной проводимости G^* от безразмерного параметра неоднородности электрического поля κ . Кривая 1 отвечает значениям: $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$; 2 – $\Delta = 0.05$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$; 3 – $\Delta = 0.09$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$

На рис. 1 отражено, что при относительно небольшой толщине полупроводникового слоя его модуль безразмерной проводимости сначала увеличивается, достигая своего максимума, а затем начинает

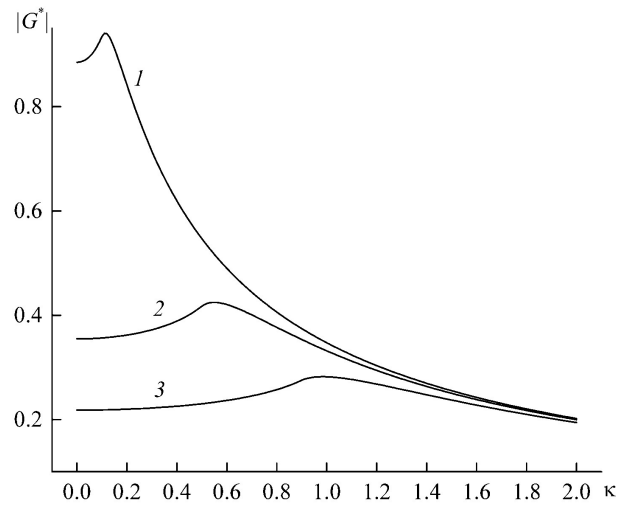


Рисунок 3 – Зависимость модуля безразмерной проводимости G^* от безразмерного параметра неоднородности электрического поля κ . Кривая 1 отвечает значениям: $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$; 2 – $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.5$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$; 3 – $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.9$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$

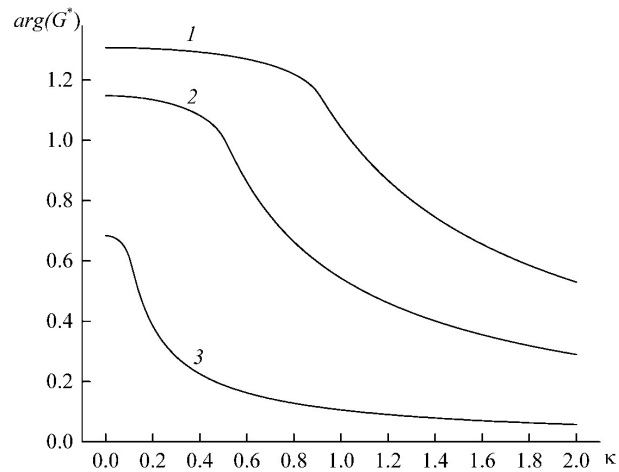


Рисунок 4 – Зависимость аргумента безразмерной проводимости G^* от безразмерного параметра неоднородности электрического поля κ . Кривая 1 отвечает значениям: $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.9$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$; 2 – $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.5$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$; 3 – $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$

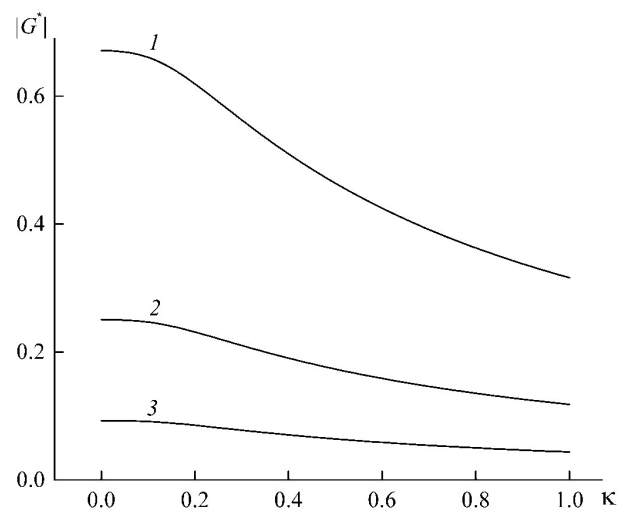


Рисунок 5 – Зависимость модуля безразмерной проводимости G^* от безразмерного параметра неоднородности электрического поля κ . Кривая 1 отвечает значениям: $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -3$; 2 – $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -4$; 3 – $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, $u_\mu = -5$

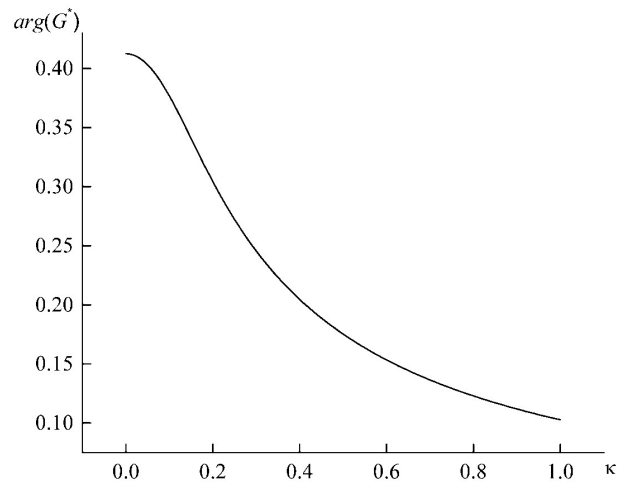


Рисунок 6 – Зависимость аргумента безразмерной проводимости G^* от безразмерного параметра неоднородности электрического поля, когда $\Delta = 0.01$, $\Omega = 0.1$, $q_1 = q_2 = 0.5$, при трёх значениях $u_\mu = -3, -4$ и -5

уменьшаться. Максимум проводимости, по-видимому, наблюдается при совпадении времени свободного пролета электронов между поверхностями слоя с периодом внешнего поля. В случае же относительно большой толщины полупроводникового слоя его модуль безразмерной проводимости начинает сразу уменьшаться при увеличении значения параметра неоднородности электрического поля κ .

На рис. 2 можно наблюдать, что в случае разной толщины тонкого полупроводникового слоя его аргумент безразмерной проводимости уменьшается при увеличении значения параметра неоднородности электрического поля κ .

На рис. 3 видно, что при относительно низких частотах внешнего электрического поля вариация параметра неоднородности электрического поля κ оказывает более существенное влияние на модуль безразмерной проводимости тонкого полупроводникового слоя, чем при относительно высоких частотах электрического поля. Видно, что модуль безразмерной проводимости тонкого полупроводникового слоя монотонно возрастает, а потом убывает.

На рис. 4 можно наблюдать, что в случае разной частоты внешнего электрического поля аргумент безразмерной проводимости тонкого слоя уменьшается при увеличении значения параметра неоднородности электрического поля κ .

На рис. 5 видно, что для менее легированных полупроводников (более чистых) характер зависимости их модуля безразмерной проводимости от безразмерного параметра неоднородности электрического поля κ менее выражен, чем для более легированных. Однако во всех случаях модуль безразмерной проводимости тонкого полупроводникового слоя уменьшается при увеличении параметра неоднородности поля κ .

На рис. 6 можно наблюдать, что аргумент безразмерной проводимости тонкого слоя не зависит от химического потенциала.

Заключение

Таким образом, в работе получена локальная и интегральная проводимость тонкого слоя в случае произвольного значения безразмерного химического потенциала. Подчеркнём еще раз, что для макроскопического слоя из металла ($\kappa = 0$) результат согласуется с теорией Друде.

Также можно сделать вывод о том, что вариация параметра неоднородности электрического поля κ оказывает существенное влияние на проводимость тонкого слоя. Учёт данного обстоятельства имеет важное прикладное значение, в частности при расчёте электромагнитных характеристик интегральных схем.

Список литературы

- [1] Fuchs K. The conductivity of thin metallic films according to the electron theory of metals // Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. Vol. 34, Issue 1. January 1938. P. 100-108. doi: [10.1017/S0305004100019952](https://doi.org/10.1017/S0305004100019952)

- [2] Суху Р. Магнитные тонкие пленки. М.: Мир, 1967. 423 с.
- [3] Хасс Г. Физика тонких пленок. М.: Мир, 1967. Т. 2, 343 с.
- [4] Майссел Л., Глэнк Р. Технология тонких пленок. Справочник. М.: Мир, 1977. Т. 1. 768 с.
- [5] Sondheimer E. H. The mean free path of electrons in metals // *Advances in Physics*. Vol. 50. 2001. Issue 6. P. 499-537. doi: [10.1080/00018730110102187](https://doi.org/10.1080/00018730110102187)
- [6] Zavitaev E.V., Yushkanov A.A. High-frequency admittance of a thin circular metal wire // *Russian Microelectronics*. 2008. Vol. 37. No. 6. P. 373-381. doi: [10.1134/S1063739708060048](https://doi.org/10.1134/S1063739708060048) EDN: [LLAEGR](#)
- [7] Кузнецова И.А., Чапкин А.В., Юшканов А.А. Влияние механизма поверхностного рассеяния электронов на высокочастотную проводимость тонкой металлической проволоки // *Микроэлектроника*. 2011. Т. 40. № 1. С. 45-51. doi: [10.1134/S1063739710061022](https://doi.org/10.1134/S1063739710061022) EDN: [NDJPVD](#)
- [8] Vashchenko E.V., Gladskikh I.A., Przhibel'skiĭ S.G., Khromov V.V., Vartanyan T.A. Conductivity and photoconductivity of granular silver films on a sapphire substrate // *Journal of Optical Technology*. 2013. Vol. 80. No. 5. P. 263-268. doi: [10.1364/JOT.80.000263](https://doi.org/10.1364/JOT.80.000263) EDN: [RFKQLF](#)
- [9] Каминский В.В., Сидоров В.А., Степанов Н.Н., Казанин М.М., Молодых А.А., Соловьев С.М. Электропроводность и зонная структура тонких поликристаллических пленок EuS // *Физика твердого тела*. 2013. Т. 55. № 5. С. 991-994. doi: [10.1134/S106378341302011X](https://doi.org/10.1134/S106378341302011X) EDN: [RCSWAF](#)
- [10] Латышев А.Н., Юшканов А.А. Определение толщины нанопленки с помощью резонансных частот // *Квантовая электроника*. 2015. Т. 45. № 3. С. 270-274. doi: [10.1070/QE2015v045n03ABEH015379](https://doi.org/10.1070/QE2015v045n03ABEH015379) EDN: [TTFXIP](#)
- [11] Wang W., Li N., Li X., Geng W., Qiu S. Synthesis of metallic nanotube arrays in porous anodic aluminum oxide template through electroless deposition // *Materials Research Bulletin*. 2006. Vol. 41. No. 8. P. 1417-1423. doi: [10.1016/j.materresbull.2006.02.011](https://doi.org/10.1016/j.materresbull.2006.02.011) EDN: [KGINCF](#)
- [12] Мухуров Н.И. Доклады БГУИР. 2013. 10. 71 (1).
- [13] Войтович И.Д., Лебедева Т.С., Шпилевой П.Б., Беднов Н.В. Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии. 2014. 12 (1). 169.
- [14] Kuznetsova I.A., Romanov D.N., Savenko O.V., Yushkanov A.A. Calculating the high-frequency electrical conductivity of a thin semiconductor film for different specular reflection coefficients of its surface // *Russian Microelectronics*. 2017. Vol. 46. No. 4. P. 252-260. doi: [10.1134/S1063739717040059](https://doi.org/10.1134/S1063739717040059) EDN: [XNNEHZ](#)
- [15] Завитаев, Э. В., Русаков О.В., Чухлеб Е.П. Расчет напряженности электрического поля и плотности тока внутри тонкого металлического слоя с учетом скин-эффекта // *Микроэлектроника*. 2023. Т. 52. № 1. С. 32-45. doi: [10.31857/S0544126922700193](https://doi.org/10.31857/S0544126922700193) EDN: [CXYORE](#)
- [16] Кондратенко А.Н. Плазменные волноводы. М.: Атомиздат, 1976. 232 с.
- [17] Pitarke J.M., Silkin V.M., Chulkov E.V., Echenique P.M. Theory of surface plasmons and surface-plasmon polaritons // *Reports on Progress in Physics*. 2007. Vol. 70. No. 1. P. 1-87. doi: [10.1088/0034-4885/70/1/R01](https://doi.org/10.1088/0034-4885/70/1/R01) EDN: [MCYXHV](#)
- [18] Latyshev A.V., Yushkanov A.A. Interaction of electromagnetic H-wave with thin metal film // *Russian Microelectronics*. 2012. Vol. 41. No. 1. P. 25-30. doi: [10.1134/S1063739712010076](https://doi.org/10.1134/S1063739712010076) EDN: [PDRQWL](#)
- [19] Лесскис А.Г., Пастернак В.Е., Юшканов А.А. Поглощение инфракрасного излучения в мелкой металлической частице // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. 1982. Т. 83. № 1. С. 310-317 EDN: [YZTNID](#)
- [20] Utkin A. I., Yushkanov A.A. Effect of the reflection coefficients on the conductivity of a thin metal layer in the case of an inhomogeneous time-periodic electric field // *Russian Microelectronics*. 2016. Vol. 45. No. 5. P. 357-366. doi: [10.1134/S1063739716050103](https://doi.org/10.1134/S1063739716050103) EDN: [XFNNCX](#)
- [21] Харрисон У. Теория твёрдого тела. М.: Мир, 1972. 616 с.

Ссылка для цитирования:

Завитаев Э.В., Русаков О.В., Симонова Т.Э., Уткин А.И. Проводимость тонкого слоя в случае неоднородного электрического поля // *Современная электродинамика*. 2025. Т. 4, № 3(17). С. 4-13. DOI [10.24412/2949-0553-2025-317-04-13](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2025-317-04-13). EDN [OWQESX](#).

Citation link:

Zavitaev E.V., Rusakov O.V., Simonova T.E., Utkin A.I. The conductivity of a thin layer in the case of an inhomogeneous electric field // Modern Electrodynamics. 2025. Vol. 4, No. 3(17). P. 4-13. DOI 10.24412/2949-0553-2025-317-04-13. EDN OWQESX.