

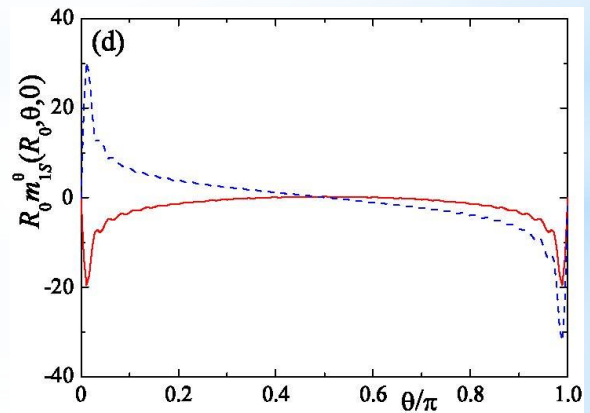
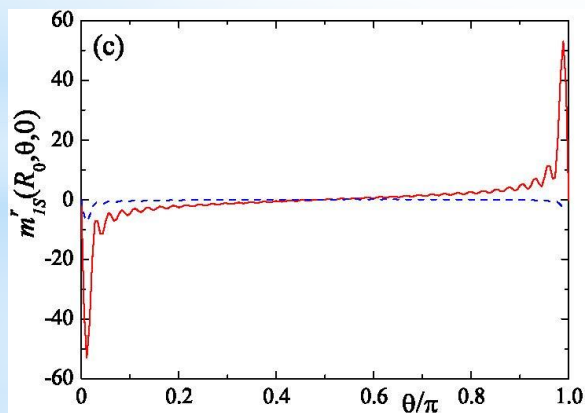
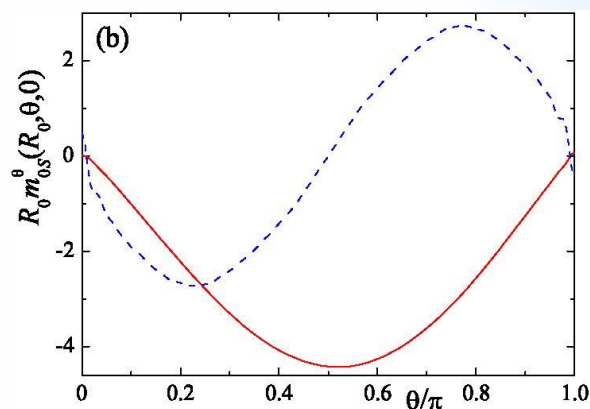
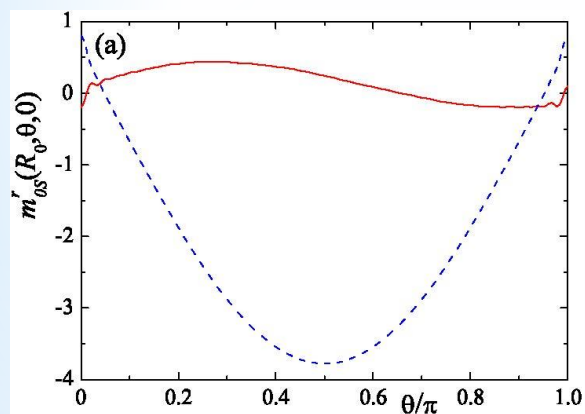


Издательство ИТПЗ РАН

ISSN 2949-0553

СОВРЕМЕННАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

научный рецензируемый журнал



ВЫСОКОЧАСТОТНАЯ МАГНИТНАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ СИСТЕМЫ ПОЛЫХ СФЕРИЧЕСКИХ
ФЕРРОМАГНИТНЫХ ЧАСТИЦ

А.О. Сбойчаков

2025

№ 1 (15)

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт теоретической и прикладной электродинамики
Российской академии наук

Журнал основан в 2022 году

Выпуск № 1 (15)

Современная электродинамика

научный рецензируемый журнал

Под редакцией академика РАН А.Н. Лагарькова

Москва, 2025

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук

ISSN 2949-0553

Современная электродинамика

Научный рецензируемый журнал. Издаётся с октября 2022 года.

Выходит один раз в два месяца.

№ 1 (15)

2025

Главный редактор академик РАН А.Н.Лагарьков

Редакционная коллегия: к.т.н. Н.П. Балабуха, к.т.н. К.М. Басков, д.ф.-м.н. А.П. Виноградов, д.ф.-м.н. А.А. Дорофеенко, д.ф.-м.н. В.Н. Кисель, к.ф.-м.н. К.И. Кугель, к.т.н. Н.Л. Меньших, д.ф.-м.н. А.М. Мерзликин, д.ф.-м.н. А.А. Пухов, д.ф.-м.н. А.Л. Рахманов, д.ф.-м.н. А.В. Рожков, д.ф.-м.н. К.Н. Розанов, к.т.н. И.А. Рыжиков, д.ф.-м.н. А.К. Сарычев

Адрес редакции:

125412, г. Москва, ул. Ижорская, д.13, стр. 6

тел., факс 8 (495) 484-26-33

эл.почта electrodynamics@mail.ru

Зав. редакцией Е.В. Зеневич

Компьютерная вёрстка: Е.В. Зеневич

Свидетельство о регистрации Эл № ФС77-83666 от 26.07.2022 г.

Подписано в печать 04.03.2025. Тираж 30 экз.

© ИТПЭ РАН, 2025

Содержание номера

1	Теоретическая электродинамика	4
	Сбойчаков А.О.	
	Высокочастотная магнитная проницаемость системы полых сферических ферромагнитных частиц	4
2	Взаимодействие электромагнитного поля с материалами	19
	Кутепов В.Е., Пешков И.В.	
	Моделирование и сравнительный анализ структур, улучшающих антенную развязку в антенных решётках технологии ММО	19
3	Методические заметки	33
	Виноградов А.П., Андрианов Е.С., Пухов А.А.	
	Вынужденное комбинационное рассеяние и работа рамановского лазера	33

Высокочастотная магнитная проницаемость системы полых сферических ферромагнитных частиц

А.О. Сбойчаков * ¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 15.01.2025

Одобрена после рецензирования 20.01.2025

Принята к публикации 28.02.2025

Аннотация

В работе исследуется высокочастотная магнитная проницаемость композитных материалов, состоящих из ферромагнитных частиц, помещенных в немагнитную диэлектрическую среду. Предполагается, что ферромагнитные частицы имеют сферическую форму, но не являются сплошными, а содержат в себе центральную полость, при этом толщина ферромагнитного слоя d много меньше диаметра частицы D . Ранее было показано [Современная электродинамика, № 5 (7), с. 15 (2023)], что при определенных условиях распределение намагниченности в такой частице не является однородным, а образует конфигурацию по типу вихря: намагниченность закручена в некоторой плоскости, а на полюсах частицы имеются магнитные домены с намагниченностью, перпендикулярной данной плоскости. Магнитная проницаемость композита, состоящего из таких частиц, была исследована нами в пределе невзаимодействующих частиц, а также при $d/D \ll 1$. Нами было показано, в частности, что частотная зависимость восприимчивости частицы во многом схожа с таковой у тонкой пленки. В то же время, колебания намагниченности частицы в переменном поле не являются однородными.

Ключевые слова: магнитные композитные материалы, магнитная проницаемость

EDN KDUWHA

doi:10.24412/2949-0553-2025-115-04-18

1. Введение

Магнитные композиты интересны как с фундаментальной точки зрения, так и для большого числа технических приложений, для многих из которых важно знать отклик системы на внешнее переменное магнитное поле. Внутренняя структура композитных материалов чрезвычайно разнообразна. В данной работе мы будем интересоваться материалами, состоящими из несприкасающихся ферромагнитных частиц, часто имеющих сферическую или околосферическую форму, разделенных немагнитной диэлектрической матрицей. При этом, вследствие особенностей технологии изготовления, часто оказывается, что ферромагнитные частицы содержат в себе пустотелую область [1–6]. Характерные размеры таких частиц D могут меняться в широких пределах. Так, например, в работе [1] полученные в композитах частицы имели размеры порядка 500 нм с характерной толщиной ферромагнитного слоя $d \sim 80$ нм. Схожие [4, 6], или несколько большие ($D \sim 1$ мкм [5]) размеры частиц получались в материалах, исследованных в работах [4–6]. Были также синтезированы композиты с частицами больших ($D \sim 30$ – 100 мкм [2]) и меньших ($D \sim 100$ нм [3]) размеров. Отношение толщины ферромагнитного слоя d к размеру частицы также может варьироваться в широких пределах. Так, согласно Таблице 2 из работы [3], отношение d/D для различных образцов менялось от примерно 0.1 до примерно 0.3. Что касается более крупных частиц, исследованных в работе [2], то для них отношение d/D могло быть гораздо меньше и составлять величину порядка 0.05.

В данной работе мы будем ориентироваться на размеры частиц $D \sim 0.5$ – 1 мкм, характерные для композитов, синтезированных, в частности, в работах [4–6]. Такие размеры частиц являются не слишком большими, что говорит в пользу их однородной структуры, но и не слишком малыми, так что можно с

* Автор, ответственный за переписку: Артем Олегович Сбойчаков, sboycha@mail.ru

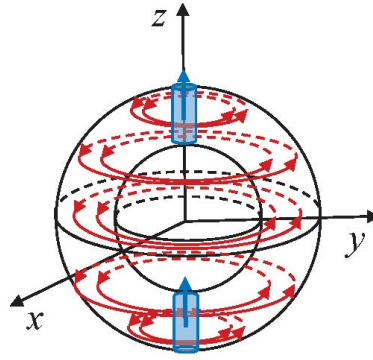


Рисунок 1 – Ферромагнитная частица с полостью. Границами ферромагнетика являются две центрированные сферы с радиусами R_1 и R_2 . Центр сфер выбран в качестве начала координат. В рассматриваемой магнитной конфигурации намагниченность неколлинеарна, векторы намагниченности лежат в плоскости xy (везде за исключением области вблизи полюсов, где имеются два цилиндрических домена с намагниченностью вдоль оси z). В каждом разрезе частицы плоскостью, параллельной плоскости xy , векторы намагниченности образуют систему кругов так, как это схематически показано на рисунке

хорошей точностью считать выполненным условие $l_{ex}/D \ll 1$, где l_{ex} – обменная длина ферромагнетика, составляющая величину порядка нескольких нанометров [7] (так, например, в работе [8] для железа была получена оценка $l_{ex} \sim 7$ нм). Мы будем моделировать ферромагнитные частицы шарами с полостью. Внешний радиус шара есть R_2 , а внутренний – R_1 , при этом $d = R_2 - R_1$ есть толщина ферромагнитного слоя в частице. Сферы с радиусами R_1 и R_2 центрированы. Для дальнейшего нам будет удобно также ввести величину $R_0 = (R_2 + R_1)/2$ – радиус центрального слоя. Таким образом, для рассматриваемых размеров частиц мы имеем $l_{ex}/R_0 \sim 10^{-2} \ll 1$. Кроме этого условия, в данной работе мы ограничимся рассмотрением частного случая тонкого ферромагнитного слоя, когда $d/R_0 \ll 1$. Более общий случай будет рассматриваться нами отдельно. В работе мы также пренебрегаем скин-эффектом (применимость данного приближения обсуждается нами в разделе 6).

В работе [8] было показано, что при рассматриваемых условиях распределение намагниченности в частице неоднородно, но образует структуру по типу вихря: за исключением области вблизи полюсов векторы намагниченности лежат в одной плоскости (будем считать ее плоскостью xy) и направлены по касательной к поверхности частицы. Вблизи же полюсов имеются два домена с векторами намагниченности, направленными параллельно оси z частицы. Характерные размеры доменов $r_0 \times r_0 \times d$, где $r_0 \sim l_{ex}$. Схематически такая структура представлена на рисунке 1. Такая конфигурация в целом похожа на ту, что была получена микромагнитными расчетами в работе [9] (см. рисунок 4 из указанной работы).

Поскольку намагниченность в частице пространственно неоднородна, то и колебания векторов намагниченности под действием переменного магнитного поля также будут неоднородными. Это обстоятельство учитывается нами при нахождении восприимчивости как частицы, так и композита в целом. План данной работы следующий. В разделе 2 нами будет выведено линеаризованное уравнение Ландау-Лифшица для описанной выше магнитной конфигурации. В разделе 3 будет получена формула для магнитной проницаемости композита. Будут проанализированы результаты численного расчета магнитной проницаемости, а также характер колебаний намагниченности в поле с частотой, соответствующей основному резонансу. В разделе 4 будет выведена аналитическая формула для магнитной проницаемости композита в пределе $d \rightarrow 0$ и $l_{ex}/R_0 \rightarrow 0$. В разделе 5 рассматриваются собственные колебания частицы. Проводится анализ устойчивости рассматриваемой конфигурации. Раздел 6 посвящен обсуждению полученных результатов. Некоторые детали расчетов вынесены в Приложение.

2. Уравнение Ландау-Лифшица для сферической частицы с полостью

Мы стартуем с уравнений Ландау-Лифшица, которые имеют вид

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \gamma \mathbf{M} \times \frac{\delta U}{\delta \mathbf{M}} + \frac{\alpha}{M_s} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} - \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{h}, \quad (1)$$

где \mathbf{M} – намагниченность частицы, M_s – намагниченность насыщения, γ – гиромагнитное отношение, α – параметр затухания, U – полная магнитная энергия частицы, а \mathbf{h} – внешнее переменное магнитное поле. Магнитная энергия частицы U включает в себя три слагаемых¹, $U = U_m + U_a + U_{ex}$, где

¹Мы пренебрегаем здесь энергией доменной стенки между цилиндрическими доменами и основной частью частицы.

U_m – магнитостатическая энергия, U_a – энергия магнитной анизотропии, а U_{ex} – энергия обменного взаимодействия. Рассмотрим сначала энергию магнитной анизотропии. Мы будем считать, что частица обладает одноосной магнитной анизотропией, так что можно написать [7] [здесь и далее по двойным индексам (например $\alpha = x, y, z$) подразумевается суммирование]

$$U_a = -\frac{\beta}{2} \int_V d^3\mathbf{r} M^\alpha N_{\alpha\beta} M^\beta, \quad (2)$$

где $\beta = H_a/M_s$ (H_a – поле анизотропии), а $N_{\alpha\beta}$ – тензор магнитной анизотропии, зависящий, вообще говоря, от координат. В работе мы будем считать, что в каждой точке ось анизотропии направлена по касательной к границам разреза частицы плоскостью, параллельной плоскости xy , т.е. в равновесной конфигурации, изображенной на рисунке 1, направление намагниченности (везде кроме цилиндрических доменов) и ось анизотропии совпадают. Для такой конфигурации тензор анизотропии можно записать в матричном виде как

$$\hat{N}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} \sin^2 \varphi & -\sin \varphi \cos \varphi & 0 \\ -\sin \varphi \cos \varphi & \cos^2 \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где φ – азимутальный угол сферической системы координат. Магнитостатическая энергия имеет вид [7]

$$U_m = -\frac{1}{2} \int_V d^3\mathbf{r} \mathbf{M} \mathbf{H}^{\text{in}}[\mathbf{M}], \quad \mathbf{H}^{\text{in}}[\mathbf{M}] = -\frac{\partial \Psi[\mathbf{M}]}{\partial \mathbf{r}}, \quad (4)$$

где $\Psi[\mathbf{M}]$ – потенциал магнитного поля, создаваемого магнитными моментами частицы. Он равен

$$\Psi[\mathbf{M}] = -\int_V d^3\mathbf{r}' \frac{\text{div}' \mathbf{M}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + \int_S dS' \frac{\mathbf{M}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \int_V d^3\mathbf{r}' \mathbf{M}(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}'} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (5)$$

Наконец, обменная энергия равна [7]

$$U_{ex} = \frac{l_{ex}^2}{2} \int_V d^3\mathbf{r} \frac{\partial M^\alpha}{\partial x^\beta} \frac{\partial M_\alpha}{\partial x^\beta}. \quad (6)$$

Во всех формулах выше трехмерные интегралы берутся по объему ферромагнитной области частицы V , а поверхностный интеграл – по ее внутренней и внешней поверхностям.

Поскольку частица имеет сферическую форму, в дальнейшем нам будет удобно перейти от декартовой системы координат $x^\alpha = \{x, y, z\}$ к сферической $x^a = \{r, \theta, \varphi\}$. Кроме того, мы также будем работать с векторами в сферической системе координат. Как известно [10], последние связаны с векторами в декартовой системе координат выражениями

$$A^\alpha = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x^a} A^a, \quad A^a = \frac{\partial x^a}{\partial x^\alpha} A^\alpha. \quad (7)$$

Аналогичные формулы можно написать для тензоров второго ранга. Опускание индексов a осуществляется с помощью метрического тензора

$$g_{ab} = \text{diag}(1, r^2, r^2 \sin^2 \theta). \quad (8)$$

Так, в сферической системе координат тензор анизотропии принимает вид

$$N_{ab} = r^2 \sin^2 \theta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

при этом энергия анизотропии равна

$$U_a = -\frac{\beta}{2} \int_{R_1}^{R_2} r^4 dr \int d\Omega \sin^2 \theta (M^\varphi)^2, \quad (10)$$

где $d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi$. Потенциал магнитного поля можно переписать в виде

$$\Psi[\mathbf{M}] = \int_{R_1}^{R_2} r'^2 dr' \int d\Omega' M^a(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial x'^a} \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (11)$$

Энергия же обменного взаимодействия примет вид

$$U_{ex} = \frac{l_{ex}^2}{2} \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr \int d\Omega M_{;b}^a M_a^{;b} = \frac{l_{ex}^2}{2} \int d\Omega \left[r^2 M^a M_a^{;r} \right] \Big|_{r=R_1}^{r=R_2} - \frac{l_{ex}^2}{2} \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr \int d\Omega M^a M_a^{;b}, \quad (12)$$

где в последнем равенстве мы явно выделили поверхностный и объемный вклады в энергию обменного взаимодействия. В уравнении (12), символ ‘;’ означает ковариантную производную [10]. Наконец, в сферической системе координат уравнения Ландау-Лифшица выглядят следующим образом:

$$\frac{\partial M^a}{\partial t} = \sqrt{g} g^{ab} \epsilon_{bcd} M^c \left[\gamma g^{de} \frac{\delta U}{\delta M^e} + \frac{\alpha}{M_s} \frac{\partial M^d}{\partial t} - h^d \right], \quad (13)$$

где $\sqrt{g} = r^2 \sin \theta$, а ϵ_{bcd} – абсолютно антисимметричный псевдотензор ($\epsilon_{r\theta\varphi} = 1$).

Наша задача – найти линейный отклик системы на переменное магнитное поле. Для этого надо линеаризовать уравнение (13), представив намагниченность в виде $M^a = M_0^a + m^a(t)$, где M_0^a – равновесная намагниченность частицы. Следуя работе [8], мы будем считать, что вне магнитных доменов равновесная намагниченность частицы равна

$$M_0^a = \frac{M_s}{r \sin \theta} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (14)$$

т.е. отлична от нуля только φ компонента намагниченности. Далее, в работе [8] было также показано, что продольные размеры r_0 доменов, расположенных на полюсах частицы, малы ($r_0 \sim l_{ex} \ll R_0$). Поэтому далее мы будем пренебрегать наличием этих доменов там, где это возможно. Так, нетрудно убедиться в том, что в пренебрежении магнитными доменами мы имеем $\Psi[\mathbf{M}_0] = 0$. Энергия магнитной анизотропии в равновесии равна $U_a = -\beta M_s^2 V/2$. Что касается обменной энергии, то она логарифмически расходится на полюсах частицы, т.е. при $\theta \rightarrow 0$ или π , если мы распространим выражение (14) на всю область определения. Поэтому при вычислении обменной энергии мы будем проводить интегрирование по θ в пределах $l_{ex}/R_0 < \theta < \pi - l_{ex}/R_0$, считая, что вклад в U_{ex} от магнитных доменов мал. С учетом всего вышесказанного можно показать, что с хорошей точностью соблюдается равенство

$$\epsilon_{abc} M^b g^{cd} \frac{\delta U[\mathbf{M}]}{\delta M^d} \Big|_{\mathbf{M}=\mathbf{M}_0} = 0, \quad (15)$$

т.е. конфигурация (14) действительно соответствует некоторому экстремуму энергии. В разделе 5 мы покажем, что этот экстремум есть минимум (вообще говоря, необязательно глобальный). Помимо (15) соблюдаются также и граничные условия к уравнению Ландау-Лифшица, следующие из выражения для поверхностного члена в обменной энергии [7],

$$\epsilon_{abc} M^b M^{c;r} \Big|_{\substack{\mathbf{M}=\mathbf{M}_0 \\ r=R_{1,2}}} = 0. \quad (16)$$

Разлагая уравнение (13) вокруг M_0^a до первого порядка по $m^a(t)$ можно получить линеаризованные уравнения Ландау-Лифшица. Нам, однако, будет удобнее работать не с вектором m^a , компоненты которого имеют разную размерность, а с объектом, определенным как (нет суммирования)

$$\tilde{m}^a = \begin{pmatrix} m^r \\ r m^\theta \\ r m^\varphi \end{pmatrix}, \quad \tilde{m}^a = \varkappa^a m^a, \quad \varkappa^a = \begin{pmatrix} 1 \\ r \\ r \end{pmatrix}, \quad \tilde{m}_a = \frac{1}{\varkappa^a} m_a. \quad (17)$$

Объекты типа \tilde{m}^a не являются векторами (назовем их “псевдовекторами”) в том смысле, что они не преобразуются при преобразовании координат согласно выражению (7), но зато все компоненты \tilde{m}^a имеют одинаковую размерность, совпадающую с таковой в декартовой системе координат. Аналогично можно ввести ковариантные и контрвариантные “псевдотензоры” второго ранга. Подставляя формулы (4), (10) – (12), (14) и (17) в уравнение (13) и линеаризуя по \tilde{m}^a , получим следующие уравнения

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\omega_s} \frac{\partial \tilde{m}^\theta}{\partial t} + \frac{\alpha}{\omega_s} \frac{\partial \tilde{m}^r}{\partial t} + \beta \tilde{m}^r - \frac{\partial \Psi[\tilde{\mathbf{m}}]}{\partial r} - l_{ex}^2 \left[\Delta \tilde{m}^r + \left(\frac{1}{\sin^2 \theta} - 2 \right) \frac{\tilde{m}^r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \left(\frac{\partial \tilde{m}^\theta}{\partial \theta} + \text{ctg} \theta \tilde{m}^\theta \right) \right] &= \tilde{h}^r, \\ \frac{1}{\omega_s} \frac{\partial \tilde{m}^r}{\partial t} + \frac{\alpha}{\omega_s} \frac{\partial \tilde{m}^\theta}{\partial t} + \beta \tilde{m}^\theta + \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi[\tilde{\mathbf{m}}]}{\partial \theta} - l_{ex}^2 \left[\Delta \tilde{m}^\theta + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \tilde{m}^r}{\partial \theta} \right] &= \tilde{h}^\theta, \end{aligned} \quad (18)$$

где Δ – оператор Лапласа, $\omega_s = \gamma M_s$, а

$$\Psi[\tilde{\mathbf{m}}] = \int_{R_1}^{R_2} r'^2 dr' \int d\Omega' \left(\tilde{m}^r(\mathbf{r}') \frac{\partial}{\partial r'} + \frac{\tilde{m}^\theta(\mathbf{r}')}{r'} \frac{\partial}{\partial \theta'} \right) \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}. \quad (19)$$

Отметим, что ввиду рассматриваемой равновесной магнитной конфигурации (14), φ компонента намагниченности выпала из уравнений (18), для нее мы имеем всегда $\tilde{m}^\varphi = 0$. Граничные условия к данной системе уравнений получаются из уравнения (16) подстановкой $M^a = M_0^a + \tilde{m}^a/\kappa^a$ и линеаризацией по \tilde{m}^a . С учетом того, что для рассматриваемой равновесной конфигурации $M_0^{a;r} = 0$ граничные условия сводятся к (сравните, например, с [11, 12])

$$\left. \frac{\partial \tilde{m}^r}{\partial r} \right|_{r=R_{1,2}} = 0, \quad \left. \frac{\partial \tilde{m}^\theta}{\partial r} \right|_{r=R_{1,2}} = 0. \quad (20)$$

Итак, мы получили систему двух линейных интегро-дифференциальных уравнений на компоненты \tilde{m}^r и \tilde{m}^θ . Мы будем решать эту систему путем разложения компонент намагниченности в ряд по ортогональным функциям

$$\tilde{m}^a(\mathbf{r}) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \tilde{m}^{aklm} f_k(r) Y_l^m(\theta, \varphi), \quad (21)$$

где $Y_l^m(\theta, \varphi)$ – сферические гармоники. Что касается радиальных функций, то они должны быть, во-первых, ортогональны с весом r^2 , т.е.

$$\frac{1}{V} \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr f_k(r) f_{k'}(r) = \delta_{kk'}, \quad (22)$$

а во-вторых, удовлетворять граничным условиям

$$\left. \frac{\partial f_k(r)}{\partial r} \right|_{r=R_{1,2}} = 0, \quad (23)$$

следующим из условий (20). Способ построения таких функций описывается нами в Приложении. Преобразование, обратное (21), есть

$$\tilde{m}^{aklm} = \frac{1}{V} \int_V d^3\mathbf{r} \tilde{m}^a(\mathbf{r}) f_k(r) Y_l^m(\theta, \varphi)^*. \quad (24)$$

Подставляя (21) в уравнение (18), умножая обе части на $f_k(r) Y_l^m(\theta, \varphi)^*$ и интегрируя по объему частицы, после простых, но громоздких вычислений, получаем

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\omega_s} \frac{\partial \tilde{m}^{\theta klm}}{\partial t} + \frac{\alpha}{\omega_s} \frac{\partial \tilde{m}^{rklm}}{\partial t} + \beta \tilde{m}^{rklm} + \sum_{k'=0}^{\infty} \left[\frac{4\pi F_{kk'l}^{rr}}{2l+1} + a_{ex}^2 (G_{kk'}^r + (l^2 + l + 2)G_{kk'}^0) \right] \tilde{m}^{r'k'l'm} \\ & - (a_{ex}^{(m)})^2 \sum_{k'=0}^{\infty} \sum_{l'=|m|}^{\infty} L_{l'}^{(m)}(a_{ex}) G_{kk'}^0 \tilde{m}^{r'k'l'm} + \sum_{k'=0}^{\infty} \sum_{l'=|m|}^{\infty} \left[\frac{4\pi F_{kk'l}^{r\theta}}{2l+1} - a_{ex}^2 G_{kk'}^0 \right] D_{l'l'}^{(m)} \tilde{m}^{\theta k'l'm} = \tilde{h}^{rklm}, \\ & \frac{1}{\omega_s} \frac{\partial \tilde{m}^{rklm}}{\partial t} + \frac{\alpha}{\omega_s} \frac{\partial \tilde{m}^{\theta klm}}{\partial t} + \beta \tilde{m}^{\theta klm} + \sum_{k'=0}^{\infty} \sum_{l'=|m|}^{\infty} \left[\sum_{n=|m|}^{\infty} \frac{4\pi F_{kk'n}^{\theta\theta}}{2n+1} D_{nl}^{(m)*} D_{nl'}^{(m)} + \right. \\ & \left. + a_{ex}^2 \delta_{ll'} (G_{kk'}^r + l(l+1)G_{kk'}^0) \right] \tilde{m}^{\theta k'l'm} + \sum_{k'=0}^{\infty} \sum_{l'=|m|}^{\infty} \left[\frac{4\pi F_{kk'l}^{\theta r}}{2l'+1} - a_{ex}^2 G_{kk'}^0 \right] D_{l'l}^{(m)*} \tilde{m}^{r'k'l'm} = \tilde{h}^{\theta klm}, \quad (25) \end{aligned}$$

где $a_{ex} = l_{ex}/R_0$, $a_{ex}^{(0)} = a_{ex} \ln(1/a_{ex})$, $a_{ex}^{(m)} = a_{ex}$ если $m \neq 0$, \tilde{h}^{aklm} – компоненты разложения магнитного поля, определенные аналогично (24), а остальные не определенные выше параметры приводятся ниже. Именно, мы вводим следующие обозначения:

$$D_{l'l'}^{(m)} = \int d\Omega \frac{\partial Y_l^{m*}(\theta, \varphi)}{\partial \theta} Y_{l'}^m(\theta, \varphi), \quad (26)$$

$$L_{ll'}^{(m)}(a_{ex}) = \begin{cases} \sqrt{2l+1}\sqrt{2l'+1} |P_l^0(a_{ex})P_{l'}^0(a_{ex})|, & m = 0, \\ \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{(l+m)!}} \sqrt{\frac{(2l'+1)(l'-m)!}{(l'+m)!}} \int_0^{a_{ex}} dx \frac{P_l^m(x)P_{l'}^m(x)}{1-x^2}, & m \neq 0, \end{cases} \quad (27)$$

где $P_l^m(x)$ – присоединенные полиномы Лежандра,

$$G_{kk'}^0 = \frac{R_0^2}{V} \int_{R_1}^{R_2} dr f_k(r) f_{k'}(r), \quad (28)$$

$$G_{kk'}^r = \frac{R_0^2}{V} \left\{ \int_{R_1}^{R_2} dr \frac{\partial}{\partial r} [r f_k(r)] \frac{\partial}{\partial r} [r f_{k'}(r)] - [R_2 f_k(R_2) f_{k'}(R_2) - R_1 f_k(R_1) f_{k'}(R_1)] \right\}, \quad (29)$$

$$\begin{aligned} F_{kk'l}^{rr} &= \frac{1}{V} \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr f_k(r) \frac{\partial}{\partial r} \int_{R_1}^{R_2} r'^2 dr' \tau_l'(r, r') f_{k'}(r'), \\ F_{kk'l}^{\theta r} &= \frac{1}{V} \int_{R_1}^{R_2} r dr f_k(r) \int_{R_1}^{R_2} r'^2 dr' \tau_l'(r, r') f_{k'}(r') = F_{k'kl}^{r\theta}, \\ F_{kk'l}^{\theta\theta} &= \frac{1}{V} \int_{R_1}^{R_2} r dr f_k(r) \int_{R_1}^{R_2} r' dr' \tau_l(r, r') f_{k'}(r'), \end{aligned} \quad (30)$$

где

$$\tau_l(r, r') = \begin{cases} \frac{r^l}{r'^{l+1}}, & r < r' \\ \frac{r'^l}{r^{l+1}}, & r > r' \end{cases}, \quad \tau_l'(r, r') = \frac{\partial \tau_l(r, r')}{\partial r'}. \quad (31)$$

При выводе уравнений (25) (в части, касающейся магнитоэстетической энергии) мы использовали следующее равенство:

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\tau_l(r, r')}{2l+1} \sum_{m=-l}^l Y_l^m(\theta, \varphi) Y_l^{m*}(\theta', \varphi'). \quad (32)$$

Отметим, что наличие фактора $\ln(1/a_{ex})$ в определении $a_{ex}^{(0)}$, а также то обстоятельство, что мы ограничиваем интегрирование по x в формуле (27) (несмотря на то, что интеграл сходящийся) связано с наличием магнитных доменов на полюсах частицы, влиянием которых мы пренебрегаем. В формуле (25) члены, пропорциональные $F_{kk'l}^{ab}$, происходят от магнитоэстетической энергии частицы. Они играют роль размагничивающих факторов. Члены, пропорциональные a_{ex}^2 или $(a_{ex}^{(m)})^2$, возникают за счет обменной энергии. При относительно малых k и l эти члены малы по сравнению с “размагничивающим факторами”, поскольку в рассматриваемом случае $a_{ex} \sim 10^{-2}$. Этот предел отличается от того, который рассматривался, например, в работах [12–14], где эти два вклада были сопоставимы. В то же время при больших k или l вклады от обменной энергии становятся большими (они пропорциональны k^2 и l^2 соответственно). Это гарантирует то, что уравнение (25) можно решать, ограничивая суммирование по k и l некоторыми конечными значениями, в том случае, если мы интересуемся не слишком высокими частотами.

Итак, мы получили систему линейных уравнений на компоненты намагниченности \tilde{m}^{aklm} , связывающую их с компонентами внешнего переменного магнитного поля \tilde{h}^{aklm} . Важным свойством этих уравнений является то, что они диагональны по азимутальному индексу m . Это непосредственно связано с геометрией рассматриваемой задачи. В произвольно направленном, но однородном внешнем поле² отличны от нуля только компоненты \tilde{h}^{aklm} с $m = 0$ и $m = \pm 1$. Соответственно, возбуждаться будут только компоненты намагниченности \tilde{m}^{aklm} с этими же индексами m . Мы решаем систему (25) численно, ограничивая суммирование по k и l до некоторых значений $K_{\max} - 1$ и $L_{\max} - 1$ соответственно. Введем векторы \tilde{m}_m и \tilde{h}_m , имеющие размерность $2K_{\max}L_{\max}$, в виде

$$\tilde{m}_m = \begin{pmatrix} \tilde{m}_m^r \\ \tilde{m}_m^\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{\tilde{m}^{rklm}\} \\ \{\tilde{m}^{\theta klm}\} \end{pmatrix}, \quad \tilde{h}_m = \begin{pmatrix} \tilde{h}_m^r \\ \tilde{h}_m^\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{\tilde{h}^{rklm}\} \\ \{\tilde{h}^{\theta klm}\} \end{pmatrix}. \quad (33)$$

²На интересующих нас частотах порядка 1–10 ГГц длина волны падающего излучения много больше размера частицы. Так что магнитное поле можно считать однородным.

Тогда в частотном представлении уравнение (25) можно переписать в матричном виде как

$$\left[-\frac{i\omega}{\omega_s} \begin{pmatrix} \alpha & -1 \\ 1 & \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{\Lambda}_m^{rr} & (\hat{\Lambda}_m^{\theta r})^T \\ \hat{\Lambda}_m^{\theta r} & \hat{\Lambda}_m^{\theta\theta} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \tilde{m}_m^r \\ \tilde{m}_m^\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{h}_m^r \\ \tilde{h}_m^\theta \end{pmatrix}, \quad (34)$$

где элементы матриц $\hat{\Lambda}_m^{ab}$ очевидным образом определяются из уравнения (25). Нетрудно убедиться в том, что матрицы $\hat{\Lambda}_m^{ab}$ вещественны, при этом матрицы $\hat{\Lambda}_m^{aa}$ симметричны. Обозначим матрицу в квадратных скобках в уравнении (34) как $\hat{\chi}_m^{-1}(\omega)$. Обратные матрицы с $m = 0, \pm 1$, элементы которых мы обозначим как $\tilde{\chi}_{bk'l'm}^{aklm}(\omega)$, определяют восприимчивость частицы в выбранном представлении. В следующем разделе мы выведем соответствующее выражение для восприимчивости частицы в декартовой системе координат, а также выражение для магнитной проницаемости композита как функцию $\tilde{\chi}_{bk'l'm}^{aklm}(\omega)$.

3. Магнитная проницаемость композита

В декартовых координатах и частотном представлении связь между намагниченностью частицы и внешнем полем определяется как

$$m^\alpha(\mathbf{r}; \omega) = \frac{1}{V} \int_V d^3\mathbf{r}' \chi_\beta^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) h^\beta(\mathbf{r}'; \omega), \quad (35)$$

где $\chi_\beta^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)$ – тензор восприимчивости частицы в декартовых координатах. Он связан с таковым в сферических координатах посредством равенства

$$\chi_\beta^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x^a} \chi_b^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) \frac{\partial x'^b}{\partial x'^\beta}. \quad (36)$$

В однородном поле средняя намагниченность частицы равна

$$m^\alpha(\omega) = \frac{1}{V^2} \int_V d^3\mathbf{r} \int_V d^3\mathbf{r}' \chi_\beta^\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) h^\beta(\omega) \equiv \chi_\beta^\alpha(\omega) h^\beta(\omega). \quad (37)$$

Будем считать, что направления осей частиц, вдоль которых расположены магнитные домены (локальные оси z), распределены в композите случайно. Тогда для восприимчивости композита получим формулу

$$\chi(\omega) = \frac{p_F}{3} \chi_\alpha^\alpha(\omega) = \frac{p_F}{3V^2} \int_V d^3\mathbf{r} \int_V d^3\mathbf{r}' \frac{\partial x^\alpha}{\partial x^a} \chi_b^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) \frac{\partial x'^b}{\partial x'^\alpha}, \quad (38)$$

где p_F – объемная доля ферромагнетика. Она связана с объемной долей частиц в композите, p_c , посредством формулы

$$p_F = p_c \left[1 - \left(\frac{1 - \delta}{1 + \delta} \right)^3 \right], \quad \delta = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1} = \frac{2d}{R_0}. \quad (39)$$

В пределе $\delta \ll 1$ имеем $p_c \cong 6p_F\delta$. Отметим, что формула (38) получена нами в пренебрежении взаимодействием частиц друг с другом. Как было показано нами выше, частицы в рассматриваемой равновесной конфигурации не создают магнитного поля (если пренебречь магнитными доменами). Поэтому можно ожидать, что приближение невзаимодействующих частиц является адекватным даже для достаточно плотной упаковки. Тензор восприимчивости частицы в сферических координатах, $\chi_b^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega)$, связан с полученными нами выше матрицами $\tilde{\chi}_{bk'l'm}^{aklm}(\omega)$ посредством равенства

$$\chi_b^a(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; \omega) = \frac{1}{\mathcal{Z}^a(r)} \left[\sum_{m=-1}^1 \sum_{kk'=0}^{\infty} \sum_{ll'=|m|}^{\infty} f_k(r) Y_l^m(\theta, \varphi) \tilde{\chi}_{bk'l'm}^{aklm}(\omega) f_{k'}(r') Y_{l'}^m(\theta', \varphi')^* \right] \mathcal{Z}^b(r'). \quad (40)$$

Подставляя это выражение в уравнение (38) и проводя интегрирование по координатам, получаем для магнитной проницаемости композита, $\mu(\omega) = 1 + 4\pi\chi(\omega)$, формулу

$$\mu(\omega) = 1 + \frac{4\pi p_F}{9} \sum_{m=-1}^1 \left[\tilde{\chi}_{r01m}^{r01m}(\omega) + \sum_{l=|m|}^{\infty} (\tilde{\chi}_{\theta 0lm}^{r01m}(\omega) + \tilde{\chi}_{r01m}^{\theta 0lm}(\omega)) D_{1l}^{(m)} + \sum_{l=|m|}^{\infty} \sum_{l'=|m|}^{\infty} \tilde{\chi}_{\theta 0l'm}^{\theta 0lm}(\omega) D_{1l}^{(m)} D_{1l'}^{(m)} \right], \quad (41)$$

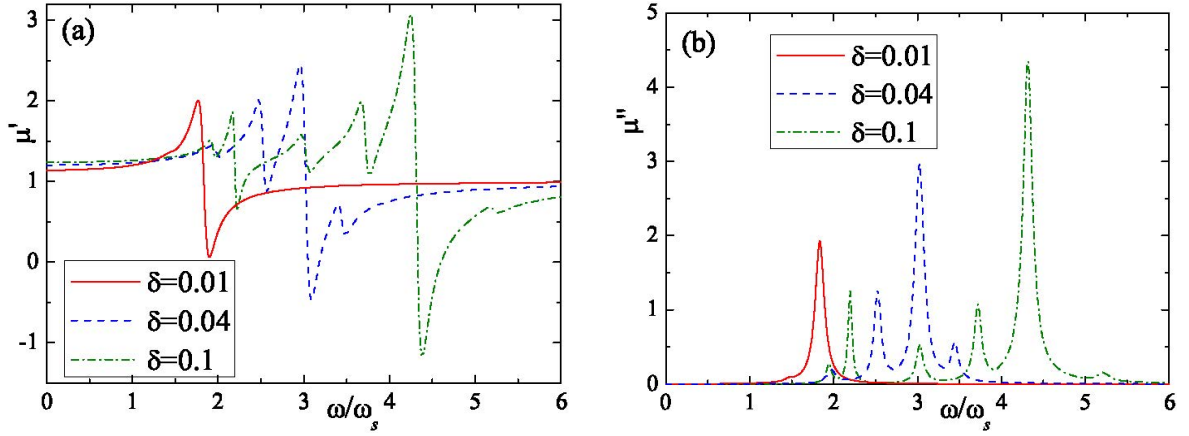


Рисунок 2 – Частотные зависимости реальной (а) и мнимой (б) части магнитной проницаемости композита, рассчитанные при трех значениях толщины ферромагнитного слоя d . Параметры модели: $\beta = 0.1$, $a_{ex} = 0.01$, $p_c = 0.15$, $\alpha = 0.01$

где $D_{1l'}^{(m)}$ дается формулой (26). При выводе формулы (41) мы приняли во внимание, что для выбранного набора функций $f_k(r)$ мы имеем (см. Приложение) $f_0(r) = 1/\sqrt{4\pi} = \text{const}$, при этом

$$\frac{1}{V} \int_{R_1}^{R_2} r^2 dr f_k(r) = 0, \quad k > 0, \quad (42)$$

в силу ортогональности радиальных функций.

В данной работе мы рассматриваем частицы с малой толщиной ферромагнитной области, когда $\delta \ll 1$. В этом случае мы можем ограничиться рассмотрением лишь одной однородной радиальной моды $f_0(r) = 1/\sqrt{4\pi}$. Математически это обусловлено тем, что при $\delta \ll 1$ имеют место приближенные равенства

$$G_{kk'}^0 \approx \delta_{kk'} G_k^0, \quad G_{kk'}^r \approx \delta_{kk'} G_k^r, \quad F_{kk'l}^{ab} \approx \delta_{kk'} F_{kl}^{ab}. \quad (43)$$

В силу этого уравнение (25) приближенно диагонально по индексам k и k' . Поскольку в восприимчивость композита, формула (41), входят только компоненты $\tilde{\chi}_{b0l'm}^{a0lm}$, то это и обуславливает возможность рассмотрения одной радиальной моды в пределе $\delta \ll 1$.

На рисунке 2 представлены частотные зависимости магнитной проницаемости композита, рассчитанные при трех значениях толщины ферромагнитного слоя в частицах (в этих и всех остальных расчетах мы берем $L_{max} = 151$). Мнимая часть магнитной проницаемости характеризуется одним основным пиком и несколькими побочными пиками, которые располагаются как при более низких, так и более высоких частотах. Основной пик сдвигается вправо при увеличении $\delta = 2d/R_0$. Это связано со следующим обстоятельством. Параметры F_{00l}^{ab} можно рассчитать аналитически. Мы не будем приводить здесь соответствующих формул в силу их громоздкости, а ограничимся лишь асимптотиками при $\delta \rightarrow 0$ и $l \rightarrow \infty$. Мы имеем

$$F_{00l}^{rr} \rightarrow \begin{cases} 2l+1, & \delta \rightarrow 0 \\ 1/\delta, & l \rightarrow \infty \end{cases}, \quad F_{00l}^{r\theta} \rightarrow \begin{cases} -\delta, & \delta \rightarrow 0 \\ -1/l, & l \rightarrow \infty \end{cases}, \quad F_{00l}^{\theta\theta} \rightarrow \begin{cases} 2\delta, & \delta \rightarrow 0 \\ 2/l, & l \rightarrow \infty \end{cases}. \quad (44)$$

Отметим, что асимптотики при $\delta \rightarrow 0$ справедливы лишь в случае $l\delta \ll 1$. Мы видим, что параметры $F_{00l}^{r\theta}$ и $F_{00l}^{\theta\theta}$ растут по абсолютной величине с ростом δ , что и приводит к сдвигу резонансной частоты вправо. Амплитуда основного пика растет с ростом δ . Это связано с тем, что с ростом δ увеличивается доля ферромагнитной фазы в композите. Оценим характерные значения основных резонансных частот для кривых, представленных на рисунке 2. Полагая $M_s = 1700$ Гс (как для железа), будем иметь $\omega_s/2\pi \cong 4.75$ ГГц. Таким образом, резонансные частоты располагаются примерно в диапазоне 8–20 ГГц. Это достаточно хорошо (хоть в целом и несколько выше) соответствует экспериментальным данным, полученным в работах [4–6]. Отметим также, что, согласно предварительным расчетам, учет высших радиальных мод несколько сдвигает резонансные частоты влево.

Проанализируем теперь, как происходят колебания намагниченности частицы в магнитном поле на основной резонансной частоте. Мы ограничимся здесь рассмотрением случая, когда магнитное поле направлено по оси z , т.е. перпендикулярно $\mathbf{M}_0(\mathbf{r})$ (вне доменов). Используя выражение (35), а также формулу (40) для восприимчивости частицы, получим формулу для колебания намагниченности

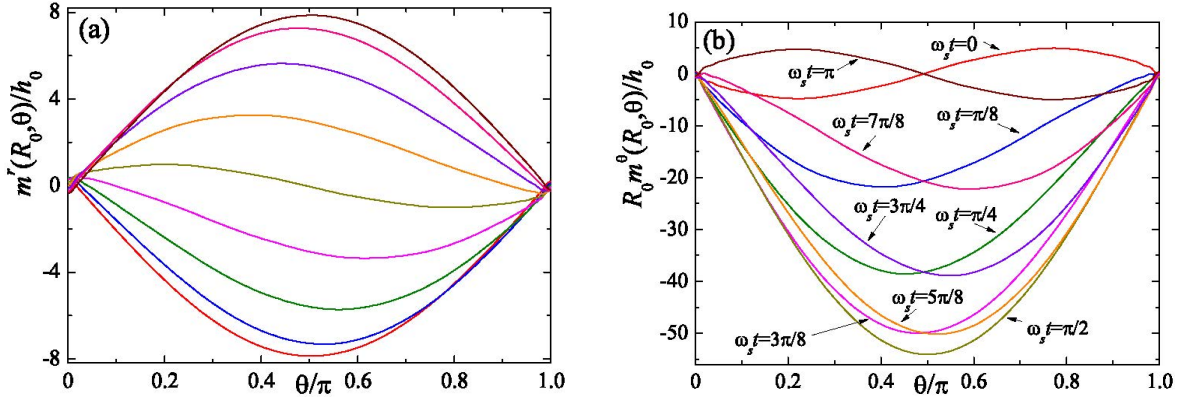


Рисунок 3 – Зависимости радиальной (а) и полярной (б) компонент намагниченности от полярного угла θ , рассчитанные в различные моменты времени в интервале $0 \leq \omega t \leq \pi$. Частота колебаний соответствует основной резонансной частоте. Для панели (а) времена равны $\omega t = 0, \pi/8, \pi/4, 3\pi/8, \pi/2, 5\pi/8, 3\pi/4, 7\pi/8$ и π для кривых снизу вверх соответственно. Параметры модели: $\delta = 0.04, \beta = 0.1, a_{ex} = 0.01, \alpha = 0.01$.

частицы в поле $\mathbf{h} = \mathbf{e}_z h_0 e^{-i\omega t}$ в виде

$$\tilde{m}^a(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} f_k(r) \sqrt{\frac{2l+1}{3}} P_l(\cos \theta) \left[\tilde{\chi}_{r010}^{akl0} + \sum_{l'=0}^{\infty} \tilde{\chi}_{\theta 0 l' 0}^{akl0} D_{1l'}^{(0)} \right] e^{-i\omega t} \right\} h_0. \quad (45)$$

Мы видим, что функция $\tilde{m}^a(\mathbf{r}, t)$ не зависит от азимутального угла φ . Если мы учтем лишь одну радиальную моду, то эта функция не будет зависеть также и от r , т.е. колебания будут однородны по толщине частицы. На рисунке 3 представлены зависимости $\tilde{m}^r(\theta, t)$ и $\tilde{m}^\theta(\theta, t)$ от полярного угла θ , рассчитанные в различные моменты времени на полупериоде $0 \leq \omega t \leq \pi$ на частоте, соответствующей основному резонансу. Мы видим, что максимальная амплитуда колебаний приходится на экваториальную область, в то время как на полюсах намагниченность практически не возбуждается. Профили компонент намагниченности $\tilde{m}^r(\theta, t)$ и $\tilde{m}^\theta(\theta, t)$ оказываются сдвинуты по фазе на $\pi/2$ относительно друг друга, что соответствует вращению локальной намагниченности вокруг оси, лежащей в плоскости xu и касательной к поверхности частицы. Отметим также, что амплитуда колебаний полярной компоненты намагниченности $\tilde{m}^\theta(\theta, t)$ много больше таковой для радиальной компоненты $\tilde{m}^r(\theta, t)$.

Помимо основного резонанса, на рисунке 2 мы видим ряд побочных пиков, большинство из которых располагается на частотах ниже основного резонанса. Мы не будем здесь приводить профилей намагниченности в поле с частотой, соответствующей какому-либо из этих резонансов. Это связано с тем, что в поле, параллельном оси z частицы, возбуждаются только колебания с $m = 0$, см. формулу (45). В то же время, как будет показано ниже в разделе 5, все побочные пики, видимые на рисунке 2, соответствуют собственным колебаниям с $m = 1$. Таким образом, эти колебания не возбуждаются в поле, параллельном оси z частицы. Поскольку в композите локальные оси z частиц распределены случайно, то такие колебания будут возбуждаться у частиц, для которых локальная ось z лежит под углом к приложенному полю, что и приводит к появлению побочных резонансов магнитной проницаемости композита.

4. Магнитная проницаемость композита в пределе $d \rightarrow 0$ и $l_{ex}/R_0 \rightarrow 0$

В данном разделе мы выведем аналитическую формулу для магнитной проницаемости композита в пределах $d \rightarrow 0$ и $a_{ex} = l_{ex}/R_0 \rightarrow 0$. В пределе $a_{ex} \rightarrow 0$ мы можем пренебречь вкладом в уравнение Ландау-Лифшица (25) от энергии обменного взаимодействия. Далее, согласно формуле (44), мы имеем $F_{00l}^{rr\theta} \rightarrow 0, F_{00l}^{\theta\theta} \rightarrow 0$ и $F_{00l}^{rr} \rightarrow 2l+1$ при $\delta \rightarrow 0$. Пренебрегая вкладом от $F_{00l}^{r\theta}$ и $F_{00l}^{\theta\theta}$, мы получим, что уравнения (25) становятся диагональными по индексу l (напомним также, что мы рассматриваем здесь лишь одну радиальную моду). Такое уравнение можно решить аналитически. Подставляя затем найденные выражения для $\tilde{\chi}_{b0lm}^{a0lm}$ в формулу (41), получаем выражение для магнитной проницаемости композита в виде

$$\mu(\omega) = 1 + \frac{p_F}{3} (4\pi\omega_s)^2 \frac{[A(1 + \beta/4\pi) + \beta/4\pi] - i\alpha\omega(1 + A)/(4\pi\omega_s)}{\omega_r^2 - (1 + \alpha^2)\omega^2 - 2i\alpha\omega\omega_s(2\pi + \beta)}, \quad (46)$$

где

$$\omega_r = \omega_s \sqrt{\beta(4\pi + \beta)} \quad (47)$$

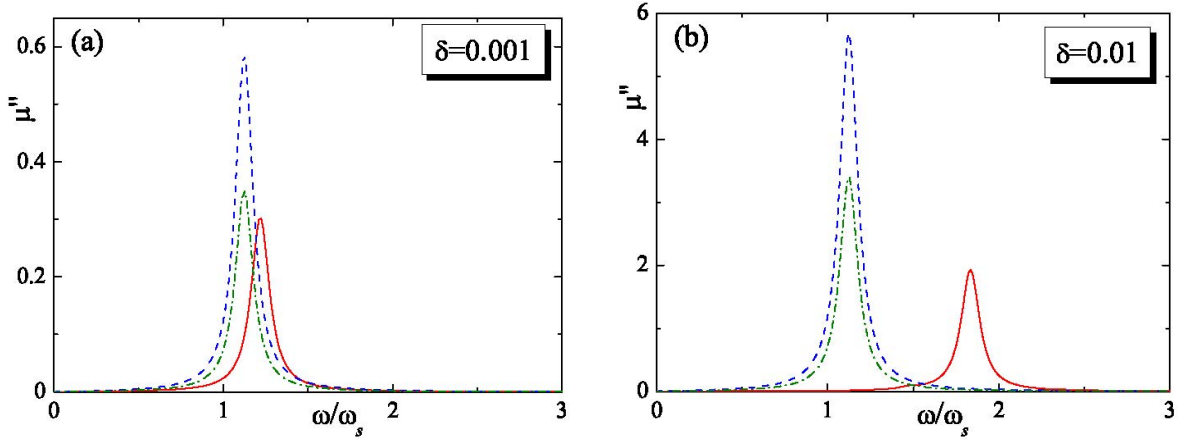


Рисунок 4 – Частотные зависимости мнимой части магнитной проницаемости, рассчитанные при $\delta = 0.001$ (a) и при $\delta = 0.01$ (b). Сплошные кривые соответствуют численному расчету, формула (41). Пунктирные кривые соответствуют асимптотической формуле (46) с параметром A , рассчитанным по формуле (48). Штрих-пунктирные кривые рассчитаны по асимптотической формуле (46) с параметром $A = A(L_0 = 10) \cong 1.05$ (см. текст). Параметры модели: $\beta = 0.1$, $a_{ex} = 0.01$, $p_c = 0.15$, $\alpha = 0.01$

есть резонансная частота, а

$$A = \frac{1}{3} \left(\sum_{l=0}^{\infty} D_{1l}^{(0)} \right)^2 + \frac{2}{3} \left(\sum_{l=0}^{\infty} D_{1l}^{(1)} \right)^2. \quad (48)$$

Проводя численное суммирование в формуле (48), получаем $A \cong 1.76$. Отметим, что в рассматриваемом пределе резонансная частота композита (47) совпадает с резонансной частотой тонкой пленки, обладающей одноосной магнитной анизотропией. Кроме того, выражение (46) для магнитной проницаемости сходно с таковым для тонкой пленки (после усреднения по направлению поля) с той лишь разницей, что для тонкой пленки $A \equiv 1$.

На рисунке 4 представлены частотные зависимости мнимой части магнитной проницаемости композита, вычисленные по асимптотической формуле (46) при $\delta = 0.001$ [панель (a)] и $\delta = 0.01$ [панель (b)]. Для сравнения на этом же рисунке показаны результаты численного решения уравнения Ландау-Лифшица. Мы видим, что при $\delta = 0.001$ резонансная частота достаточно хорошо описывается формулой (47), в то время как для $\delta = 0.01$ расхождение уже становится достаточно значительным. Это связано с тем, что при $\delta = 0.01$ мы уже не можем пренебречь $4\pi F_{00l}^{\theta\theta} \approx 4\pi\delta$ по сравнению с β [для кривых на рисунке (4) мы имеем $\beta = 0.1$]. Отметим также, что формула (46) переоценивает амплитуду резонансного пика. Это объясняется следующим образом. В формуле (48) суммирование по l производится от нуля до бесконечности. В то же время мы можем пренебрегать вкладами от $F_{00l}^{r\theta}$ и $F_{00l}^{\theta\theta}$, для которых $l\delta \ll 1$. Кроме того, при выводе формулы (46) мы пренебрегали вкладами от обменной энергии, что можно делать, когда $la_{ex} \ll 1$. При обоих значениях δ указанные выше неравенства перестают соблюдаться при $l \gtrsim 10$ (при $l \gtrsim 10$ перестает соблюдаться неравенство $la_{ex} \ll 1$, когда $a_{ex} = 0.01$). Ограничивая в формуле (48) суммирование до $l = L_0 = 10$, получим $A(L_0 = 10) \cong 1.05$. Соответствующие кривые мнимой части магнитной проницаемости показаны на рисунке (4) штрих-пунктирными кривыми. Мы видим, что при $\delta = 0.001$ соответствующая кривая достаточно хорошо совпадает с численным расчетом (тем не менее существует некоторое расхождение в резонансных частотах).

5. Устойчивость магнитной конфигурации. Собственные колебания намагниченности

В данном разделе мы будем исследовать собственные колебания намагниченности и покажем, что изображенная на рисунке 1 магнитная конфигурация соответствует локальному минимуму энергии. Для того чтобы получить уравнения на собственные колебания, надо положить в матричном уравнении Ландау-Лифшица (34) $\alpha = 0$ и $\tilde{h}_m^a = 0$. В результате уравнение (34) можно переписать в виде

$$\omega^2 \begin{pmatrix} \tilde{m}_m^r \\ \tilde{m}_m^\theta \end{pmatrix} + \hat{\Omega}_m^2 \begin{pmatrix} \tilde{m}_m^r \\ \tilde{m}_m^\theta \end{pmatrix} = 0, \quad \hat{\Omega}_m^2 = \begin{pmatrix} \hat{\Lambda}_m^{\theta\theta} \hat{\Lambda}_m^{rr} - \left(\hat{\Lambda}_m^{\theta r} \right)^2 & \hat{\Lambda}_m^{\theta\theta} \left(\hat{\Lambda}_m^{\theta r} \right)^T - \hat{\Lambda}_m^{\theta r} \hat{\Lambda}_m^{\theta\theta} \\ \hat{\Lambda}_m^{rr} \hat{\Lambda}_m^{\theta r} - \left(\hat{\Lambda}_m^{\theta r} \right)^T \hat{\Lambda}_m^{rr} & \hat{\Lambda}_m^{rr} \hat{\Lambda}_m^{\theta\theta} - \left[\left(\hat{\Lambda}_m^{\theta r} \right)^T \right]^2 \end{pmatrix}. \quad (49)$$

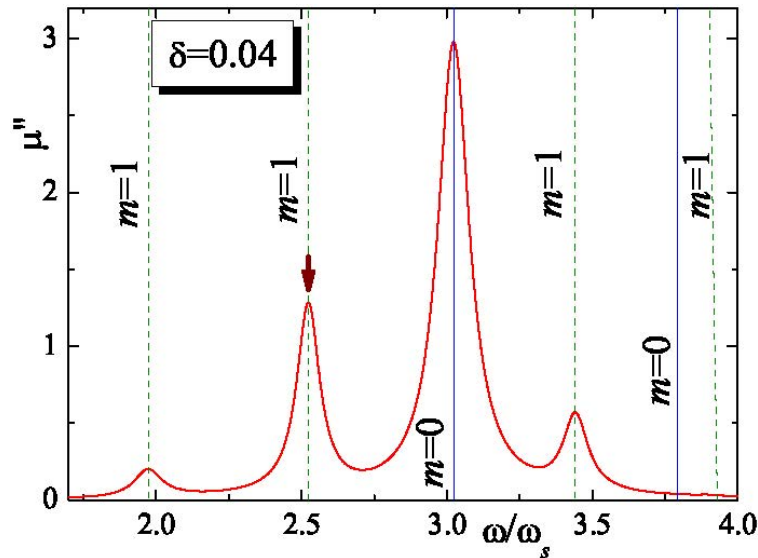


Рисунок 5 – Частотная зависимость мнимой части магнитной проницаемости, рассчитанная при $\delta = 0.04$. Остальные параметры модели: $\beta = 0.1$, $a_{ex} = 0.01$, $p_c = 0.15$, $\alpha = 0.01$. Вертикальными линиями отмечены собственные частоты матриц $\hat{\Omega}_0$ (сплошные линии) и $\hat{\Omega}_1$ (пунктирные линии).

Данное уравнение есть уравнение на собственные значения матрицы $\hat{\Omega}_m^2$. Нас интересуют только матрицы с $m = 0$ и $m = \pm 1$, поскольку только колебания с такими m возбуждаются в однородном магнитном поле. Можно также показать, что матрицы с $m = +1$ и $m = -1$ идентичны. Поэтому мы будем исследовать только матрицы $\hat{\Omega}_0^2$ и $\hat{\Omega}_1^2$. Анализ показывает, что при всех значениях параметров модели, рассмотренных в данной работе, собственные значения данных матриц, ω_{mS}^2 ($S = 0, 1, \dots, 2K_{\max}L_{\max}$), оказываются вещественными и положительными. Из этого вытекает, что рассматриваемая здесь равновесная магнитная конфигурация действительно соответствует локальному минимуму энергии. Кроме того, оказывается, что все собственные значения матриц $\hat{\Omega}_m^2$ являются двукратно вырожденными. На рисунке 5 показана частотная зависимость мнимой части магнитной проницаемости, рассчитанная при $\delta = 0.04$ в интервале частот $1.7 < \omega/\omega_s < 4$, в котором наблюдаются основные резонансы. Вертикальными линиями на этом рисунке показаны все собственные частоты матриц $\hat{\Omega}_0$ и $\hat{\Omega}_1$, которые попали в данный интервал частот. Мы видим, что основному резонансу соответствует некоторая собственная частота матрицы $\hat{\Omega}_0$, в то время как всем побочным резонансам соответствуют собственные частоты матрицы $\hat{\Omega}_1$. Интересно отметить также, что существуют некоторые собственные частоты, которые не соответствуют никаким пикам в мнимой части магнитной проницаемости. Это можно объяснить наличием правила отбора, запрещающего возбуждения некоторых собственных колебаний в однородном поле. Эти правила отбора, по-видимому, контролируются параметрами $D_{ll}^{(m)}$ [см. формулу (41)], для которых справедливо равенство $D_{ll}^{(m)} = 0$ при $\text{mod}(l, 2) = 1$ в силу симметрии сферических гармоник.

Рассмотрим теперь, как выглядят собственные колебания намагниченности, соответствующие некоторым резонансным частотам, в реальном пространстве. Если \tilde{m}_{S0}^{aklm} есть некоторая собственная функция матрицы $\hat{\Omega}_m^2$, то колебания намагниченности, соответствующие данной моде, вычисляются по формуле

$$\tilde{m}_{S0}^a(\mathbf{r}) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=|m|}^{\infty} \tilde{m}_S^{aklm} f_k(r) Y_l^m(\theta, \varphi). \quad (50)$$

Если учитывать только первую радиальную моду, то функции $\tilde{m}_{S0}^a(\mathbf{r})$ не будут зависеть от r . Далее, для $m = 0$ эти функции не будут зависеть также и от φ , а для $m = \pm 1$ эта зависимость сводится к $e^{\pm i\varphi}$. Поскольку все собственные частоты оказываются двукратно вырожденными, то каждой собственной частоте будут соответствовать две собственные функции \tilde{m}_S^{aklm} . Расчеты показывают, что все собственные функции \tilde{m}_S^{aklm} являются вещественными. На рисунках 6(a, b) представлены зависимости $\tilde{m}_{S0}^r(\mathbf{r})$ и $\tilde{m}_{S0}^\theta(\mathbf{r})$ от полярного угла θ для собственных функций матрицы $\hat{\Omega}_0^2$, соответствующих основной резонансной частоте. Мы видим, что на полюсах колебания практически не возбуждаются. При этом профили $\tilde{m}_{S0}^a(R_0, \theta, 0)$ во многом схожи с таковыми для колебаний намагниченности в поле, параллельном оси z частицы на временах $\omega t = 0$ и $\omega t = \pi/2$ (см. рисунок 3). Совсем иную картину мы наблюдаем для собственных колебаний, соответствующих матрице $\hat{\Omega}_1^2$. На рисунках 6(c, d) представлены зависимости $\tilde{m}_{S1}^a(R_0, \theta, 0)$ от угла θ для собственных функций, соответствующих резонансной частоте, указанной стрелкой на рисунке 5. Мы видим, что колебания происходят в основном вблизи полюсов,

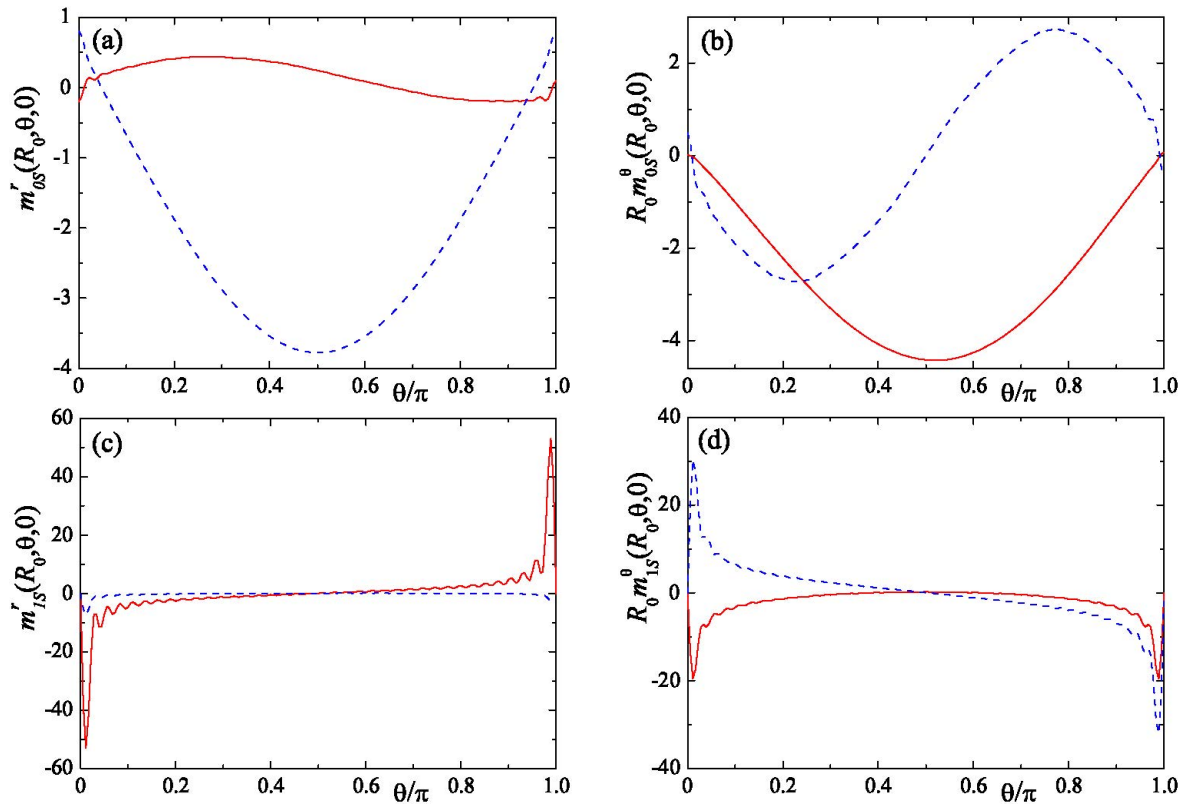


Рисунок 6 – Зависимости радиальных (а, с) и полярных (b, d) компонент собственных колебаний намагниченности от полярного угла θ , соответствующие основному резонансу (панели а и b) и резонансу, указанному стрелкой на рисунке 5 (панели с и d). Параметры модели: $\delta = 0.04$, $\beta = 0.1$, $a_{ex} = 0.01$.

где располагаются магнитные домены, влиянием которых мы пренебрегаем. Учет наличия магнитных доменов некоторым образом должен повлиять на полученные результаты в части, касающейся побочных резонансов.

6. Обсуждение

Итак, мы рассмотрели отклик композита, состоящего из полых сферических ферромагнитных частиц на переменное магнитное поле. Мы проанализировали поведение магнитной проницаемости в зависимости от отношения $\delta = 2d/R_0$. Мы показали, что резонансные частоты сдвигаются вправо при увеличении δ . Такое поведение представляется естественным и находит свою аналогию с поведением резонансных частот в пленке. Действительно, для пленки с продольными размерами L и толщиной d компоненты тензора размагничивания вдоль пленки, $N_{x,y}$, увеличиваются с ростом отношения d/L : $N_{x,y} \propto d/L \ln(L/d)$. В рассматриваемом случае роль размагничивающих факторов $N_{x,y}$ играют параметры $F_{00l}^{r\theta}$ и $F_{00l}^{\theta\theta}$, которые линейно растут с δ при $l\delta \ll 1$. Это и приводит к сдвигу резонансной частоты вправо. В пределе $\delta \rightarrow 0$ мы получили аналитическое выражение для магнитной проницаемости композита и показали, что оно во многом схоже с таковым для тонкой пленки.

Основным предположением данной работы является вихревая структура равновесной намагниченности, схематически изображенная на рисунке 1. Для этой структуры характерно наличие двух магнитных доменов, располагающихся на полюсах частицы, влиянием которых мы пренебрегаем. В то же время мы показали, что побочные резонансы магнитной проницаемости композита отвечают собственным колебаниям намагниченности вблизи полюсов. Поэтому вопрос о том, являются ли данные побочные резонансы артефактом рассматриваемого приближения или они действительно характерны для рассматриваемой равновесной магнитной конфигурации, требует отдельного рассмотрения. В частности, возможно проведение микромагнитного расчета равновесной конфигурации и последующего решения уравнений Ландау-Лифшица, линеаризованного вокруг найденного распределения намагниченности.

Еще одним существенным предположением данной работы является специальный вид одноосной магнитной анизотропии: ось анизотропии не фиксирована, а вращается в пространстве вместе с намагниченностью. Строго говоря, это и приводит к тому, что рассматриваемая магнитная конфигурация соответствует некоторому экстремуму энергии (локальному минимуму, как показано в разделе 5). Если

предполагать, что частица имеет некоторую фиксированную ось анизотропии, то это в общем случае приведет к изменению ее магнитной конфигурации, что может существенно усложнить расчеты. Действительно, в этом случае можно ожидать появления зависимости линеаризованной намагниченности от азимутального угла φ . В то же время, в случае слабой магнитной анизотропии, $\beta \ll 1$, данные эффекты можно предполагать незначительными.

Как отмечалось во Введении, в данной работе мы полностью пренебрегали скин-эффектом, предполагая, что толщина d ферромагнитного слоя частицы много меньше толщины скин-слоя l_s . Оценим здесь постфактум характерные толщины d , для которых это можно делать. Толщину скин-слоя можно оценить по формуле [7]

$$l_s = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\omega\mu_{st}}},$$

где c – скорость света, а σ и μ_{st} – проводимость и статическая магнитная проницаемость частицы соответственно. Оценим l_s на частоте, соответствующей основному резонансу для композита с $\delta = 0.04$, $\omega \cong 3\omega_s$ (см. рисунок 2). Полагая $M_s = 1700$ Гс, $\sigma = 9 \times 10^{16}$ сек $^{-1}$ (как для железа), получим $l_s \approx 1.3/\sqrt{\mu_{st}}$ мкм. Статическую магнитную проницаемость частицы можно оценить из полученных выше результатов по формуле $\mu_{st} = 1 + (\mu(0) - 1)/p_F$, где $\mu(0)$ – магнитная проницаемость композита на нулевой частоте. Так, для $\delta = 0.04$ получаем $\mu_{st} \approx 7.25$. Отсюда находим окончательно $l_s \approx 0.5$ мкм. Поскольку, как мы упоминали во Введении, мы рассматриваем частицы с характерными размерами порядка 0.5–1 мкм, а также $d/R_0 \ll 1$, то мы имеем $d \ll l_s$. Следовательно, в рассматриваемом случае скин-эффектом действительно можно пренебречь.

В заключение отметим, что полученные здесь результаты можно уточнить, принимая во внимание высшие радиальные моды, которыми мы пренебрегаем в данной работе. Это, в частности, поможет выйти за предел малых δ и позволит рассматривать толщины ферромагнитного слоя, сравнимые с размерами частиц.

7. Благодарности

Автор благодарен МСЦ НИЦ "Курчатовский институт" за предоставленные вычислительные ресурсы. Автор также благодарен А.Н. Лагарькову, К.Н. Розанову, А.Л. Рахманову и Н.А. Бузникову за полезные обсуждения.

Приложение. Построение ортогональных радиальных функций

В данном Приложении мы опишем алгоритм построения радиальных функций, ортогональных с весом r^2 и удовлетворяющих граничным условиям (23). Для этого сначала представим их в виде

$$f_k(r) = \sqrt{\frac{V}{d}} \frac{g_k(x(r))}{r}, \quad x(r) = \frac{r - R_1}{d}, \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (51)$$

Функции $g_k(x)$ должны быть ортогональны с весом 1,

$$\int_0^1 dx g_k(x) g_{k'}(x) = \delta_{kk'}, \quad (52)$$

а также удовлетворять граничным условиям

$$\begin{cases} g'_k(0) - \frac{2\delta}{1-\delta} g_k(0) = 0 \\ g'_k(1) - \frac{2\delta}{1+\delta} g_k(1) = 0 \end{cases}, \quad (53)$$

следующим из условий (23). Функции $g_k(x)$ могут быть построены различными способами. Мы выберем здесь следующий. Рассмотрим тригонометрические функции вида

$$y_k(x) = A_k \sin(\mu_k x) + B_k \cos(\mu_k x). \quad (54)$$

Потребуем для них соблюдения граничных условий (53). Тогда получим

$$y_k(x) = C_k \left[\frac{2\delta}{(1-\delta)\mu_k} \sin(\mu_k x) + \cos(\mu_k x) \right], \quad (55)$$

при этом коэффициенты C_k находятся из условий нормировки, а μ_k должны удовлетворять уравнению

$$\operatorname{tg} \mu_k \left(\mu_k + \frac{4\delta^2}{(1-\delta^2)\mu_k} \right) = \frac{4\delta^2}{1-\delta^2}. \quad (56)$$

Отметим здесь, что если μ_k есть корень уравнения (56), то и $-\mu_k$ будет корнем того же уравнения с той же самой функцией $y_k(x)$. Следовательно, мы можем рассматривать только неотрицательные корни уравнения (56). Существует бесконечное число неотрицательных корней уравнения (56), которые мы упорядочим по возрастанию индекса k : $\mu_0 < \mu_1 < \dots$.

Далее, мы не можем отождествить функции $y_k(x)$ с искомыми функциями $g_k(x)$, поскольку функции $y_k(x)$ не ортогональны. Мы будем использовать следующую процедуру ортогонализации. Положим $g_0(x) = y_0(x)$, а все последующие $g_k(x)$ будем строить по рекуррентной формуле

$$g_k(x) = b_k \left[y_k(x) - \sum_{j=0}^{k-1} \left(\int_0^1 dx' g_j(x') y_k(x') \times g_j(x) \right) \right], \quad (57)$$

где коэффициенты b_k находятся из условия нормировки. Нетрудно убедиться в том, что построенные таким образом функции $g_k(x)$ будут ортонормированы.

Наконец отметим, что наименьший неотрицательный корень уравнения (56) есть $\mu_0 = 0$. Соответствующая функция $g_0(x) = y_0(x)$ получается предельным переходом $\mu_0 \rightarrow 0$ в формуле (55). В результате получим

$$y_0(x) = C_0 \left[\frac{2x\delta}{1-\delta} + 1 \right]. \quad (58)$$

Нетрудно убедиться в том, что для нее $f_0(r) = \text{const}$, или с учетом нормировки $f_0(r) = 1/\sqrt{4\pi}$.

Список литературы

- [1] Li Z., Yang Z. Microwave absorption properties and mechanism for hollow Fe₃O₄ nanosphere composites // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2015. Vol. 387. P. 131–138.
- [2] Magnetite hollow microspheres with a broad absorption bandwidth of 11.9 GHz: toward promising lightweight electromagnetic microwave absorption / Ivan Shanenkov, Alexander Sivkov, Alexander Ivashutenko et al. // Phys. Chem. Chem. Phys. 2017. Vol. 19. P. 19975–19983.
- [3] Synthesis of hollow Fe₃O₄ particles via one-step solvothermal approach for microwave absorption materials: effect of reactant concentration, reaction temperature and reaction time / Mingxu Sui, Xiaodong Sun, Hongfei Lou et al. // Journal of Materials Science: Materials in Electronics. 2018. May. Vol. 29, no. 9. P. 7539–7550.
- [4] Low weight hollow microspheres of iron with thin dielectric coating: Synthesis and microwave permeability / Anastasia Kosevich, Elizaveta Petrushevich, Sergey Maklakov et al. // Coatings. 2020. Vol. 10, no. 10.
- [5] The size dependence of microwave permeability of hollow iron particles / Anastasia V. Artemova, Sergey S. Maklakov, Alexey V. Osipov et al. // Sensors. 2022. Vol. 22, no. 8.
- [6] Influence of hydrogen reduction stage conditions on the microwave properties of fine iron powders obtained via a spray-pyrolysis technique / Anastasia V. Artemova, Sergey S. Maklakov, Artem O. Shiryaev et al. // Magnetism. 2023. Vol. 3, no. 2. P. 90–101.
- [7] Ландау Л.Д., Лифшиц Л.М. Электродинамика сплошных сред. Наука, 1992.
- [8] Сбойчаков А.О. О магнитной энергии ферромагнитной частицы с полостью // Современная электродинамика. 2023. Vol. 5 (7). P. 15.
- [9] McKeever C., Ogrin F. Y., Aziz M. M. Microwave magnetization dynamics in ferromagnetic spherical nanoshells // Phys. Rev. B. 2019. Aug. Vol. 100. P. 054425.
- [10] Ландау Л.Д., Лифшиц Л.М. Теория поля, 6 изд. М.: Наука, 1973. Vol. 2.
- [11] Brown William Fuller J. Micromagnetics, Domains, and Resonance // Journal of Applied Physics. 1959. 04. Vol. 30, no. 4. P. S62–S69.
- [12] Aharoni A. Exchange resonance modes in a ferromagnetic sphere // Journal of Applied Physics. 1991. 06. Vol. 69, no. 11. P. 7762–7764.
- [13] Aharoni A. Effect of surface anisotropy on the exchange resonance modes // Journal of applied physics. 1997. Vol. 81, no. 2. P. 830–833.
- [14] Size dependence of microwave permeability of spherical ferromagnetic particles / G Viau, F Fiévet-Vincent, F Fiévet et al. // Journal of applied physics. 1997. Vol. 81, no. 6. P. 2749–2754.

High frequency permeability of the system of hollow ferromagnetic particles

A.O. Sboychakov^{1*}

¹ Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of RAS, Moscow, Russia

* sboycha@mail.ru

Abstract

The paper studies high-frequency permeability of the composite materials consisting of hollow ferromagnetic particles embedded into the non-magnetic media. It is assumed that the ferromagnetic particles have spherical shape, and the thickness of the ferromagnetic region d is much smaller than the particles' diameters D . It was shown recently [Modern Electrodynamics, 5 (7), p. 15 (2023)], that under certain conditions, the magnetization distribution in such a particles is non-uniform, but form a vortex-like structure: the magnetization is twisted in some plain outside two domains placed at the poles of the particle. The high-frequency permeability of such a composite material has been studied at $d/D \ll 1$ and in the limit of non-interacting particles. It was shown, in particular, that the frequency dependence of the particle's susceptibility is quite similar to that for the thin film. At the same time, the magnetization oscillations in the ac field are non-homogeneous.

Key words: magnetic composites, magnetic permeability

Моделирование и сравнительный анализ структур, улучшающих антенную развязку в антенных решётках технологии ММО

В.Е. Кутепов * ¹, И.В. Пешков ¹

¹ФГБОУ ВО Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

Статья поступила в редакцию 28.12.2024
Одобрена после рецензирования 28.01.2025
Принята к публикации 28.02.2025

Аннотация

В данной статье проведен комплексный анализ уменьшения взаимной связи излучающих элементов антенных решёток (АР) ММО при использовании структур проводников с электромагнитной запрещённой зоной, представленных в виде сочетания одноплоскостной свастично-гребенчатой и спирально-меандровой, а также отдельной грибовидно-крестовой структуры и структуры деформированного заземления с L-образными заглушками. Разработаны модели трёх антенных решёток, рассчитаны и проанализированы передающие характеристики получившихся моделей, проведён сравнительный анализ с целью определения эффективности рассматриваемых антенных систем, выявления их преимуществ и недостатков, определения оптимального использования и возможностей практического применения в локальных беспроводных сетях, а также особенностей частотных характеристик рассматриваемых структур и условий проектирования их архитектуры в рамках внедрения в конструкцию антенных решёток ММО. С применением разработанных моделей исследованы частотные зависимости коэффициентов передачи мощности, коэффициентов усиления (DG) АР, коэффициентов корреляции огибающих антенных решёток (ECC), коэффициентов полезного действия антенны (MEG), общих активных коэффициентов отражения (TARC) для каждой структуры уменьшения взаимной связи, а также потерь пропускной способности канала (CCL). По итогам предварительных расчётов, проведённого моделирования и обработки результатов продемонстрирована возможность существенного уменьшения взаимной связи элементов антенных решёток с учётом индивидуальных особенностей каждой рассматриваемой структуры.

Ключевые слова: ММО, DGS, EBG, индуктивность, ёмкость, ECC, MEG, TARC, CCL

EDN RGVOEJ

doi:[10.24412/2949-0553-2025-115-19-32](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2025-115-19-32)

Введение

В настоящий момент времени в сфере беспроводной связи применяются антенные решётки с пространственным кодированием, носящим название ММО (Multiple Input – Multiple Output), обладающие рядом преимуществ: увеличение пропускной полосы канала при помощи системы из нескольких антенн, осуществляющих приём и передачу сигналов; простота реализации; компактность размеров антенной решётки; увеличение скорости передачи данных и т.д.

Наводки, возникающие между антенными элементами, повышающие корреляцию сигналов в таких системах, должны быть минимальными, поэтому поиск технических решений, снижающих взаимное влияние антенных элементов, остается актуальной тематикой работ многих исследователей и разработчиков радиосистем.

При сильной взаимной связи в антенной решётке появляются значительные искажения в характеристиках приёмо-передающего тракта антенной решётки ММО.

Электромагнитная связь между излучающими элементами в антенных системах обуславливается взаимным влиянием излучателей вследствие возбуждения поверхностных волн, а также взаимодействием

*Автор, ответственный за переписку: Владислав Евгеньевич Кутепов, schtuzer88@gmail.com

излучающих элементов посредством их ближних полей. Поэтому при уменьшении расстояния между антеннами необходимо принимать дополнительные меры для обеспечения низкого взаимного влияния излучающих элементов решётки ММО.

Наибольшую популярность в решении данной проблемы в последних исследованиях и разработках получили следующие методы: применение метаматериалов (материалы антенн разрабатываются с использованием новых структур для получения определённых физических свойств) [21], [19], эффективной структуры заземления [15] и диэлектрических резонаторов различных форм (радиоволны проникают внутрь материала резонатора со стороны элементов конструкции передатчика и отражаются назад и вперед между стенками резонатора, образуя стоячие волны) [18], [1]. А также одноплоскостных структур электромагнитной запрещенной зоны (EBG) [1, 2, 11, 20, 21], структур с деформированным заземлением (DGS) [7] и кольцевых резонаторов с разрезом (SRR), являющихся искусственно созданными структурами, назначение которых заключается в обеспечении желаемой магнитной проницаемости [22]. В некоторых случаях также применяются развязывающие сети (частично или полностью изолирующие один канал (плечо) линии передачи от другого) [18] и паразитные элементы (проводящие элементы, обычно представленные в виде электрически не соединённых металлических стержней, вносящих изменения в диаграмму направленности радиоволн, излучаемых управляемым элементом, обеспечивая их сонаправленность и увеличивая коэффициент усиления антенны) [19] и т.д. Несмотря на многообразие методов антенной развязки, необходимо учитывать габариты структур, диапазоны частот, в которых необходимо уменьшить взаимное влияние, а также материалы выбираемых подложек, чтобы обеспечить эффективность работы внедряемых структур и, следовательно, антенной решётки.

Низкая стоимость производства и простота в реализации сделали компактные одноплоскостные структуры с электромагнитной запрещенной зоной и структуры с деформированным заземлением одними из лучших для уменьшения взаимной связи в ММО-антеннах.

При использовании DGS достигаются значительно меньшие физические размеры антенных систем, но при этом увеличивается влияние отражённых волн. Поэтому чаще всего от применения таких структур отказываются. Например, при внедрении структур EBG грибовидного типа [3] становится возможным компенсировать подобные отклонения в диаграмме направленности, но при этом становится необходимой реализация переходных отверстий (сквозные отверстия с покрытием). Что, в свою очередь, негативно сказывается на работе антенной системы, приводя к возникновению электрических потерь и усложнению конструкции антенной решётки.

Вышеприведённые недостатки можно нивелировать за счет проектирования структуры без реализации переходных отверстий и использования одноплоскостного компактного EBG (UC-EBG) [6, 8, 22]. В большинстве представленных на данный момент работ показано уменьшение взаимного влияния либо в плоскости E (горизонтальная), либо в плоскости H (вертикальная) [17]. Лишь немногие структуры продемонстрировали уменьшение в обеих плоскостях.

Но при этом архитектура EBG обладает большими размерами по сравнению с DGS и характеризуется значительным усложнением структур. Применение технологии структур с деформированным заземлением является наиболее простым с точки зрения архитектуры в рамках актуальных методов уменьшения взаимной связи. При разработке и проектировании структур с деформированным заземлением создаётся определённое количество прорезей в поверхности заземления AP, что приводит к усилению антенной развязки между соседними излучателями в антенных системах.

В данной статье построены модели и проведён анализ на их основе посредством использования программной среды CST Studios для нескольких структур: сочетание одноплоскостной компактной электромагнитной полосы пропускания в виде спирально-меандровой линии (SMLUC-EBG) для уменьшения взаимной связи близко расположенных копланарных излучающих микрополосковых антенн в E-плоскости и новой однопланарной компактной свастично-гребенчатой структуры EBG в поверхности заземления с применением металлической полосовой линии для уменьшения взаимного влияния в H-плоскости, а также структуру DGS с L-образными заглушками и грибовидно-крестовую структуру EBG.

На основе результатов моделирования и последующего анализа сделаны выводы об эффективности приведённых в статье структур, их преимуществах и недостатках, а также оптимальном применении в ходе практической реализации.

Моделирование антенной решётки с внедрением спирально-меандровой и свастично-гребенчатой структур ЕВГ

Модель каждой элементарной ячейки данной структуры ЕВГ спроектирована в виде сочетания свастики и четырёх структур квадратной гребенчатой формы с поворотом, равным 90° относительно друг друга.

В основе антенной решётки лежит подложка FR4 со значением диэлектрической проницаемости 4,4 и высотой 1,6 мм, для построения каждой элементарной ячейки используется площадь $6,8 \times 6,8 \text{ мм}^2$, что является достаточно компактной структурой с электромагнитной запрещённой зоной, внедрённой в антенную решётку ММО (Рисунок 1).

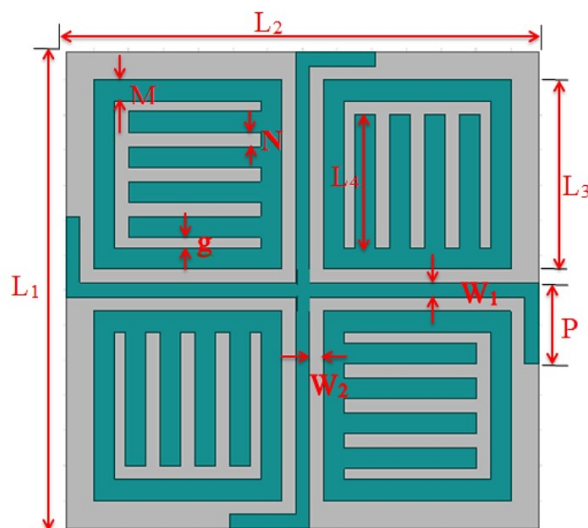


Рисунок 1 – Элементарная ячейка свастично-гребенчатой ЕВГ с размерностями (см. Таблицу 1)

Таблица 1 – Размеры построения элементарной ячейки свастично-гребенчатой структуры ЕВГ

L1	L2	L3	L4	M	N	P	W1	W2	g
6,8 мм	6,8 мм	2,7 мм	1,9 мм	0,3 мм	0,25 мм	1,15 мм	0,2 мм	0,2 мм	0,15 мм

В результате построения данной структуры задаются параметры индуктивностей, обусловленные каждой квадратной гребневидной структурой и свастичной структурой в центре, а также параметры индуцированных ёмкостей между землёй и каждой квадратной гребневидной структурой, между каждой квадратной гребневидной, свастичной структурами и заземлением.

На подложке FR4 создаётся линия передачи с сопротивлением, равным 50 Ом, и шириной, равной 3 мм, далее рассматриваемая структура ЕВГ вытравливается в поверхности заземления. Изменения длины и размеров линий вносят изменения и в частотные показатели, так регулировка длины на плече свастичной структуры от 0,5 до 1,5 мм приводит к изменению частоты резонанса от 6,3 ГГц до 5,7 ГГц.

Строение модульной структуры элементарной ячейки спирально-меандровой линии структуры ЕВГ, которая располагается на верхней части ММО-антенной решётки, представлена на рисунке 3.

Данная элементарная ячейка имеет компактные размеры ($6 \text{ мм} \times 6 \text{ мм}$), из которых задействуется площадь $5,8 \text{ мм} \times 5,8 \text{ мм}$ непосредственно для размещения спирально-меандровой структуры в центре между близко расположенными излучателями.

Ширина линий и зазоров между линиями составляет 0,2 мм. Длина линий оптимизирована с целью достижения желаемой низкой взаимной связи излучателей.

Тонкие линии ЕВГ (Рисунок 4) образуют индуктивности и ёмкости, составляя LC колебательный контур, что, в свою очередь, обеспечивает зависимость сдвига частоты от эквивалентных значений ёмкостей и катушек индуктивности.

ММО-антенная решётка включает в себя четыре патч-антенны с зазорами между краями друг друга, равными 7,86 мм, что соответствует 0,15 длины волны и расстоянием 0,45 длины волны между центральными точками излучателей для частоты 5,8 ГГц.

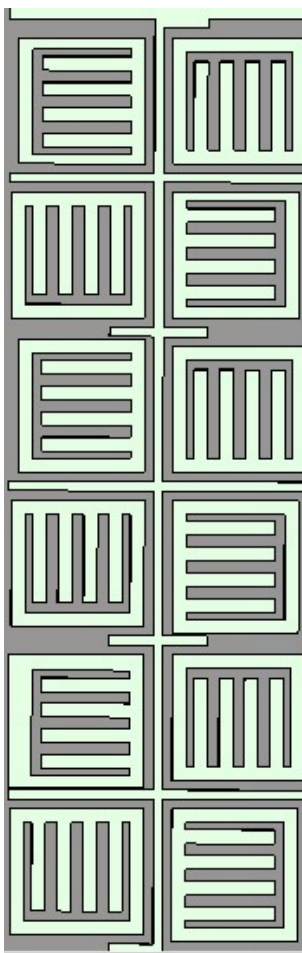


Рисунок 2 – Свастично-гребенчатая структура EBG в поверхности заземления с размерами 3×1 ячеек

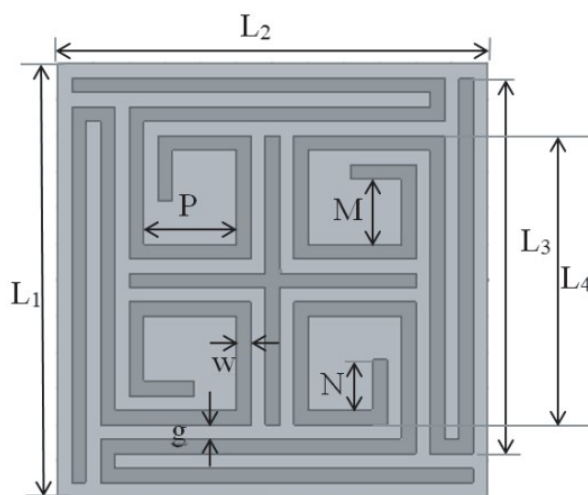


Рисунок 3 – Элементарная ячейка E-SMLUC-EBG с размерностями (см. Таблица 2)

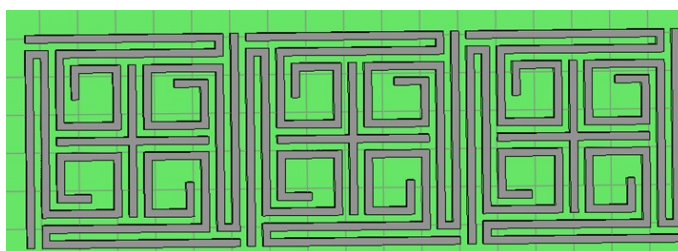


Рисунок 4 – Спирально-меандровые структуры размерами 3×1 ячеек на поверхности AP между излучателями

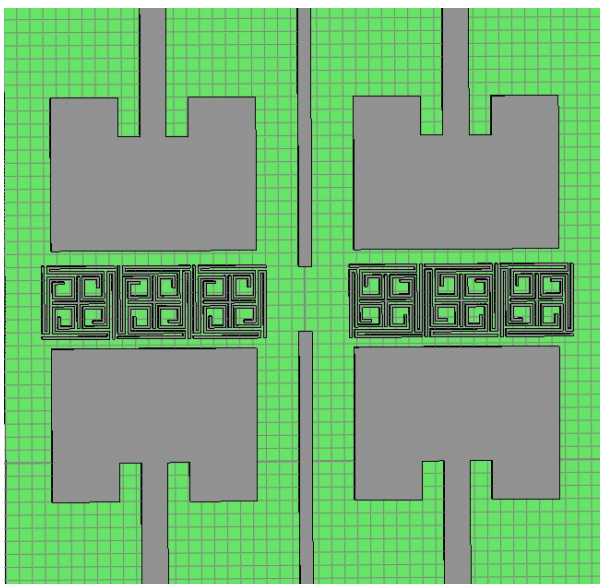


Рисунок 5 – Микрополосковая патч-антенная ММО решётка со структурами свастично-гребенчатой EBG в поверхности заземления, линейной металлической полосой проводника и спирально-меандровой структурой EBG в поверхности излучателей AP

Электромагнитное поле в данной решётке передаётся с помощью неизлучающих краёв. Элементарные ячейки свастично-гребенчатой структуры вытравлены в поверхности заземления (с нижней стороны антенны) между неизлучающими краями (Рисунок 6).

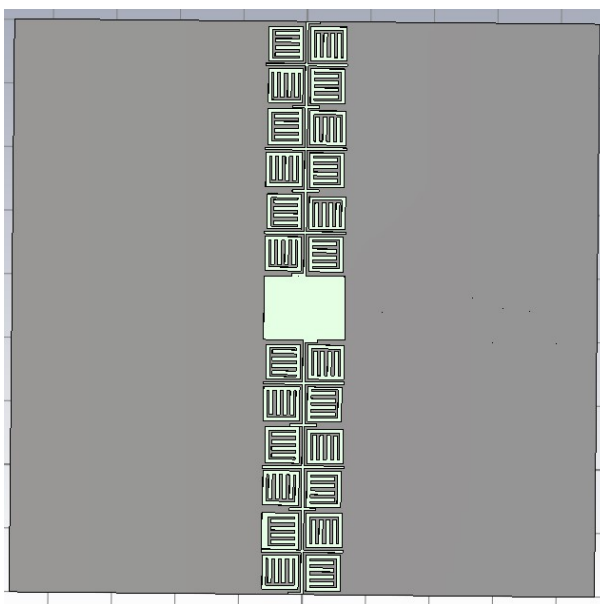


Рисунок 6 – Структура EBG в поверхности заземления антенной решётки (вид снизу)

Моделирование антенной решётки с излучателями эллиптической формы с внедрением структуры DGS

За основу моделирования DGS для данной антенной решётки выбран принцип работы, аналогичный резонансному индукционно-ёмкостному (LC) контуру, формирующему полосу заграждения. Формирование модели проводится в ходе двух этапов, как показано на рисунке 1. Сформированная полоса заграждения используется для подавления поверхностных волн, распространяющихся между близко расположенными излучающими элементами.

На первом этапе на подложке вытравливаются два эллиптических излучающих элемента, как показано на рис. 7(а). Вторая стадия процесса представлена на рис. 7(б), в ходе которой в поверхности

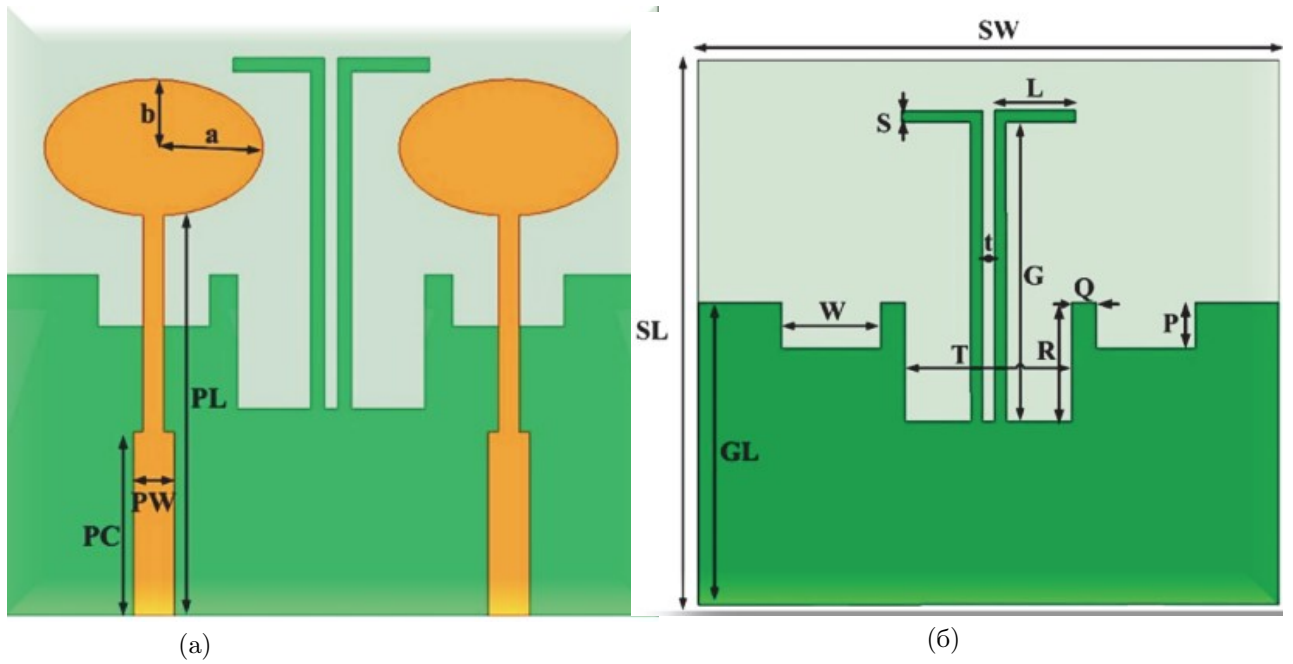


Рисунок 7 – Этапы моделирования антенной решётки
 а) поверхность антенны (вид сверху)
 б) поверхность заземления с DGS

заземления АР вытравливаются три прямоугольные прорези, а также две L-образные заглушки, уменьшающие взаимную связь и обеспечивающие стабильность работы конструкции в предлагаемой компоновке на основе принципа действия заглушки-изолятора. В данной работе представлена антенная решётка в размерах 2×2 излучающих элементов.

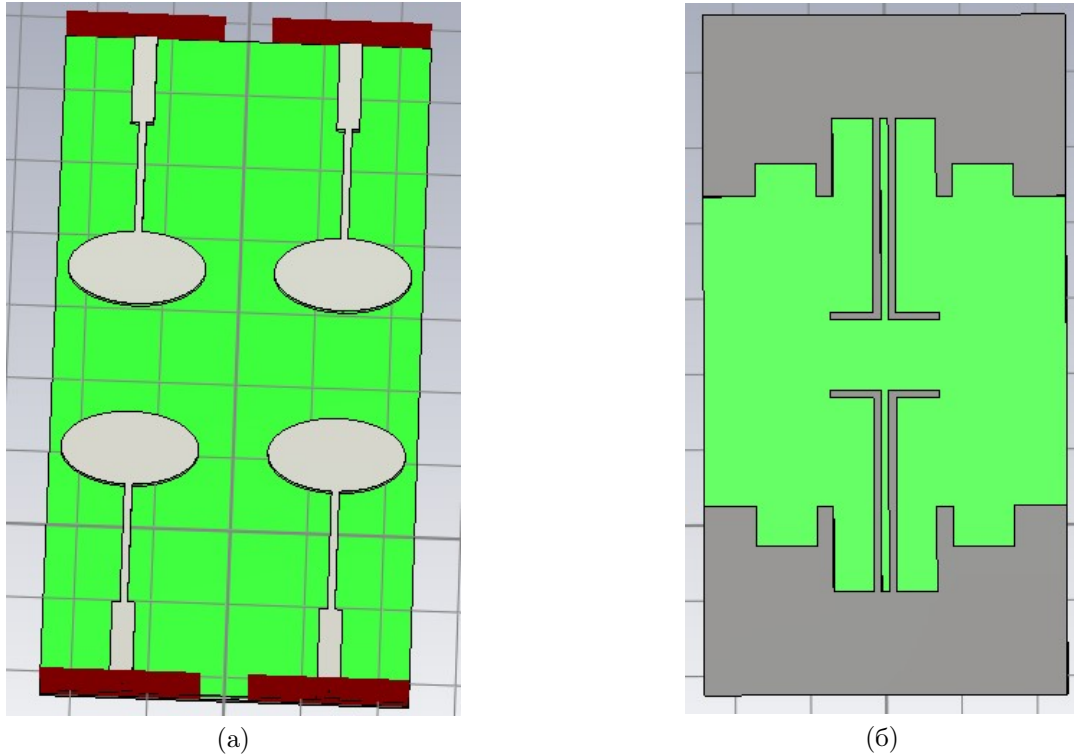


Рисунок 8 – Вид микрополосковой антенной решётки а) сверху б) снизу

Данная антенная решётка выполнена на недорогой подложке FR-4 толщиной 1,6 мм, обладающей тангенсом угла потерь (δ) = 0,025, и диэлектрической проницаемостью (ϵ_r) = 4,3.

Задаваемые параметры моделирования антенных элементов АР и структуры с деформированным заземлением и L-образными заглушками представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Размеры построения структуры с деформированным заземлением и L-образными заглушками

SW	SL	GL	W	P	S	T	R	Q	G	L	PW	PL	PC	b	a
48	45	25	8,15	5,3	7	13,7	11,3	2,1	24,65	6,7	3	31,1	15,25	5	9
MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM	MM

Моделирование антенной решётки с внедрением грибовидно-крестовой структуры EBG с внедрением грибовидно-крестовой структуры EBG

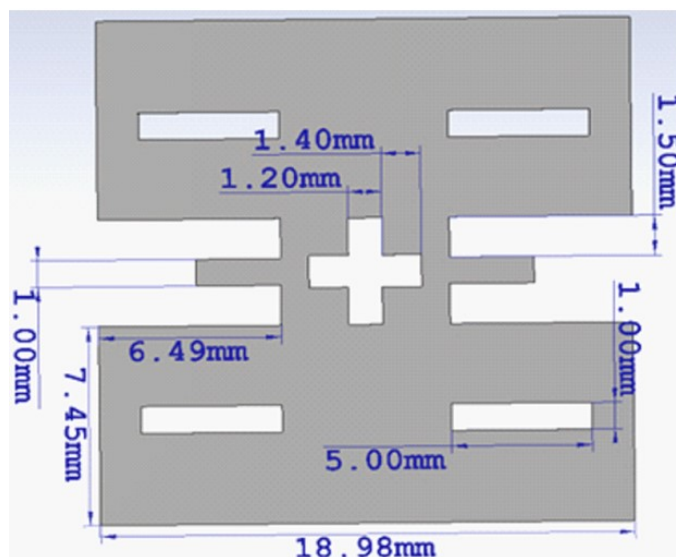


Рисунок 9 – Элементарная ячейка грибовидно-крестовой структуры EBG (с размерностями)

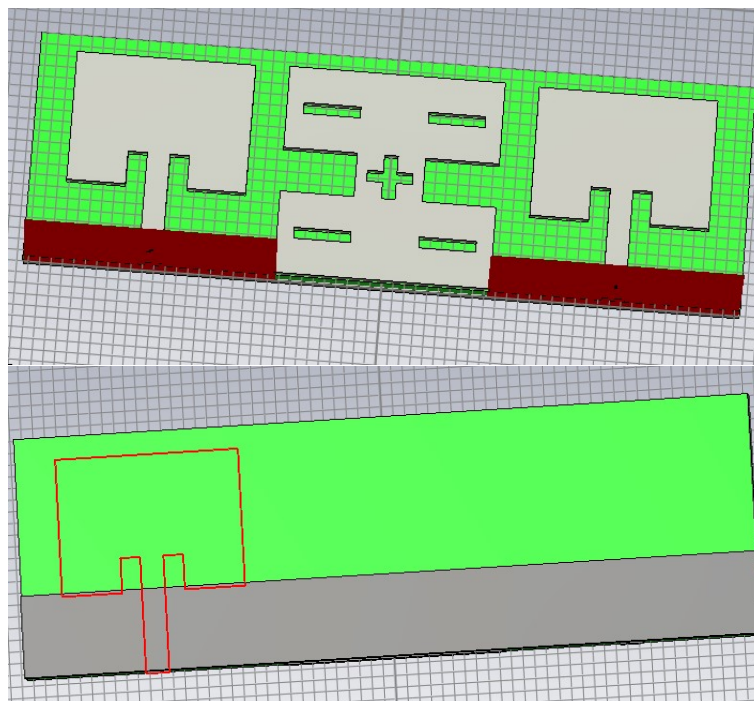


Рисунок 10 – Вид антенной решётки с грибовидно-крестовой структурой EBG (сверху) и частичным заземлением (снизу)

В данном подразделе проводится моделирование одноплоскостной компактной элементарной ячейки EBG, предназначенной для создания полосы заграждения. Представленная антенная решётка содержит следующие элементы: структура EBG, расположенная сверху между излучающими элементами (рисунок 9), и две прямоугольные патч-антенны, а также частичное заземление в соответствующей

поверхности антенной решётки (рисунок 10). В качестве подложки выступает также дешёвая подложка FR4. Данная антенная решётка выполнена в конфигурации элементов 2×1 , так как для плоских антенных решёток это оптимальное применение данной структуры EBГ, при необходимости внесения большего количества излучающих элементов для данной структуры оптимальным является проектирование круглой антенной решётки.

Анализ характеристик рассматриваемых структур улучшения антенной развязки

По завершению этапов моделирования антенных решёток с внедрением структур, способствующих улучшению антенной развязки между излучающими элементами, проведена качественная и количественная оценка характеристик: коэффициентов передачи мощности (S_{21}), коэффициентов усиления антенных решёток (DG), коэффициентов корреляции огибающих антенных решёток (ECC), их сравнение и последующий анализ. Также для более подробного анализа вычисляются коэффициент полезного действия антенной системы (MEG), общий активный коэффициент отражения (TARC) и потеря пропускной способности канала (CCL).

Так, по графику коэффициентов передачи мощности (параметр S_{21}), приведённому ниже, мы видим эффективность применения вышеприведённых структур в полосе пропускания от 2 ГГц до 6 ГГц.

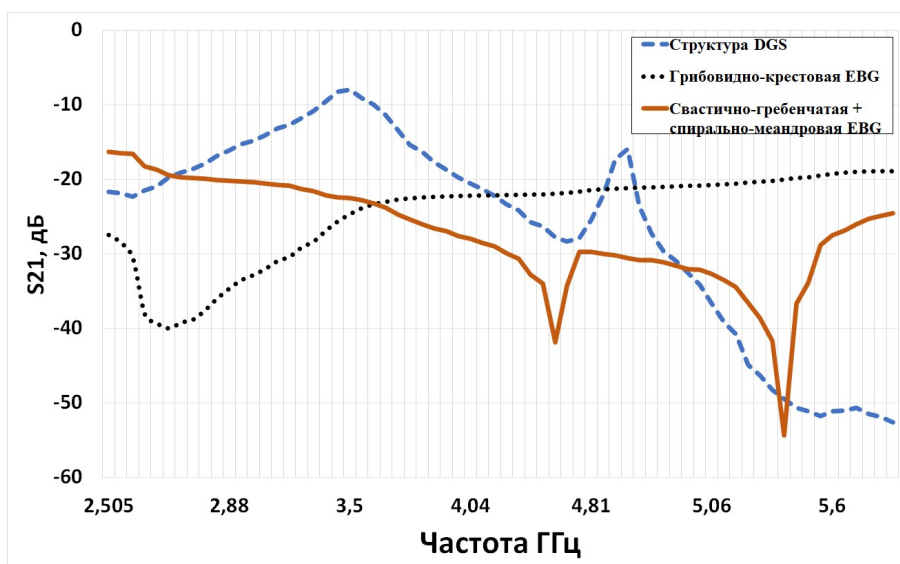


Рисунок 11 – Графики частотных зависимостей коэффициентов передачи мощности (S_{21}) антенных решёток с внедрением вышеприведённых структур

Как можно заметить из приведённого выше графика, лучший результат достигается моделью в виде сочетания свастично-гребенчатой и спирально-меандровых структур (оранжевый график), обеспечивая хорошую антенную развязку (≥ -20 дБ) практически на всей ширине полосы пропускания, достигая пикового значения $-54,4$ дБ на частоте $5,3$ ГГц, но при этом обеспечивает достаточно слабую развязку (от $-16,49$ дБ до $-19,49$ дБ) в диапазоне частот от 2 ГГц до $2,4$ ГГц. Кардинально противоположный результат представлен графиком антенной решётки с грибовидно-крестовой структурой EBГ (серый график), демонстрирующей заметное снижение взаимного влияния излучателей (от $-22,08$ дБ до $-40,4$ дБ) в диапазоне частот от 2 ГГц до $4,45$ ГГц. Антенная решётка с эллиптическими излучателями и структурой DGS (синий график) демонстрирует худший результат (от -8 дБ до $-18,37$ дБ) в диапазоне частот от $2,65$ ГГц до $4,01$ ГГц, но при этом обеспечивает сильную изолированность излучающих элементов начиная с частоты, равной 5 ГГц.

Коэффициент усиления является еще одним параметром, используемым для количественной оценки антенной развязки.

Как можно понять из графика (рисунок 12), антенная решётка с внедрением сочетания свастично-гребенчатой и спирально-меандровой структур EBГ (оранжевый график) и антенной решётки с грибовидно-крестовой структурой EBГ (серый график) достигают практически идеальных показателей ($9,95$ - $9,99$, где 10 – идеальный показатель) на всей ширине диапазона частот, но в антенной решётке с сочетанием свастично-гребенчатой и спирально-меандровой структур EBГ (оранжевый график)

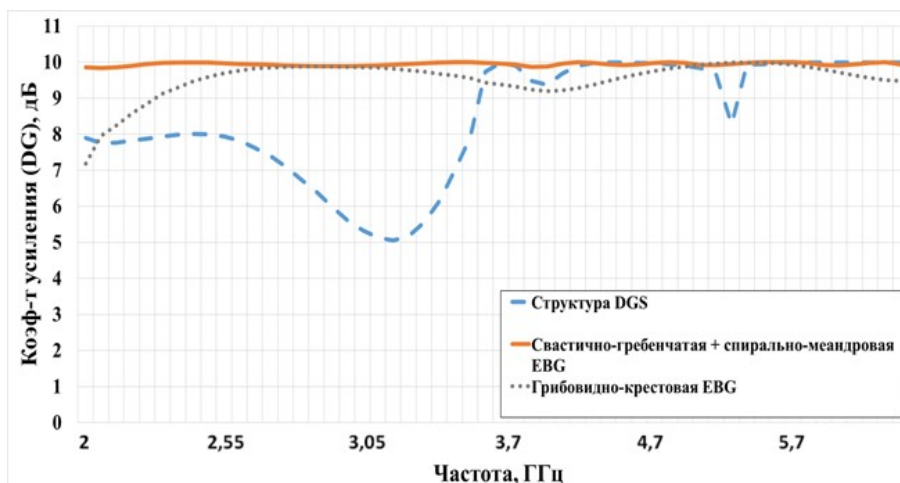


Рисунок 12 – Графики частотных зависимостей коэффициентов усиления (DG) антенных решёток с внедрением вышеприведённых структур

показатель не опускается ниже 9,936 на протяжении всего диапазона от 2 до 6 ГГц. В то время как коэффициент антенной решётки с грибовидно-крестовой структурой EBG (серый график) опускается до показателей от 7,18 до 8,6 дБи в диапазоне частот до 2 ГГц до 2,35 ГГц и приблизительно до 9,12 дБи на отрезке частот от 3,3 ГГц до 4,2 ГГц. В случае с антенной решёткой с внедрённой структурой DGS и L-образных заглушек (синий график), как и в случае с коэффициентом передачи мощности, получен худший результат (от 5,05 до 7,91) в полосе частот от 2 ГГц до 3,9 ГГц с улучшением показателей (от 8,27 до 9,99) в диапазоне частот от 4 ГГц до 6 ГГц.

Коэффициент усиления определяет степень улучшения, полученного с помощью AP технологии MIMO по сравнению с системами SISO (single input – single output). Его также можно рассчитать в соответствии с формулой (1). Максимальное усиление разнесения составляет 10 при объединении с максимальным коэффициентом, а e_p – коэффициент уменьшения усиления разнесения, обусловленный корреляцией между сигналами на двух антеннах:

$$DG = 10 \times e_p = 10 \times \sqrt{(1 - |0,99\rho_{i,j}|)^2}. \quad (1)$$

При моделировании и проектировании двух и более излучающих элементов в компоновке антенной решётки необходимо количественно оценить степень корреляции огибающих их соответствующих сигналов с помощью коэффициента корреляции антенной решётки (ЕСС). В дополнение к взаимодействию между излучателями антенной решётки и взаимной связи между ними рассеяние в окружающей среде и отражение от окружающих объектов способствуют повышению ЕСС.

Для получения более точных показателей ЕСС антенной решётки MIMO их следует оценивать на основе полей излучения, приведенных в [14]. В идеальном случае значение ЕСС должно стремиться к нулю, но в практической реализации значение ЕСС ниже 0,5 считается достаточным для получения результатов, удовлетворяющих требованиям к антенным системам. При достижении значений 0,7 и выше антенная решётка считается неработоспособной.

На рисунке 13 представлены графики ЕСС рассматриваемых антенных решёток.

При детальном рассмотрении заметно, что в антенной решётке с сочетанием свастично-гребенчатой и спирально-меандровой структур EBG (оранжевый график) пиковое значение равно приблизительно 0,315 на частоте 2,14 ГГц, на протяжении же оставшегося диапазона частот от 2,15 ГГц до 6 ГГц коэффициент корреляции не превышает 0,018 по шкале Чеддока, что можно считать показателем, приближённым к идеалу. При рассмотрении графика антенной решётки с грибовидно-крестовой структурой EBG (серый график) отмечено, что данная структура обладает достойным ЕСС, показатели которого варьируются в пределах от 0,003 до 0,48, в случае же с антенной решёткой с внедрённой DGS и L-образными заглушками (синий график) мы видим, что данная антенная решётка неработоспособна в диапазоне частот от 2,8 ГГц до 3,2 ГГц, но в диапазоне частот от 3,3 ГГц до 6 ГГц достигает удовлетворительных показателей от 0,37 до 0,003.

Также коэффициент корреляции можно рассчитать по формуле (2) [11], представленной ниже:

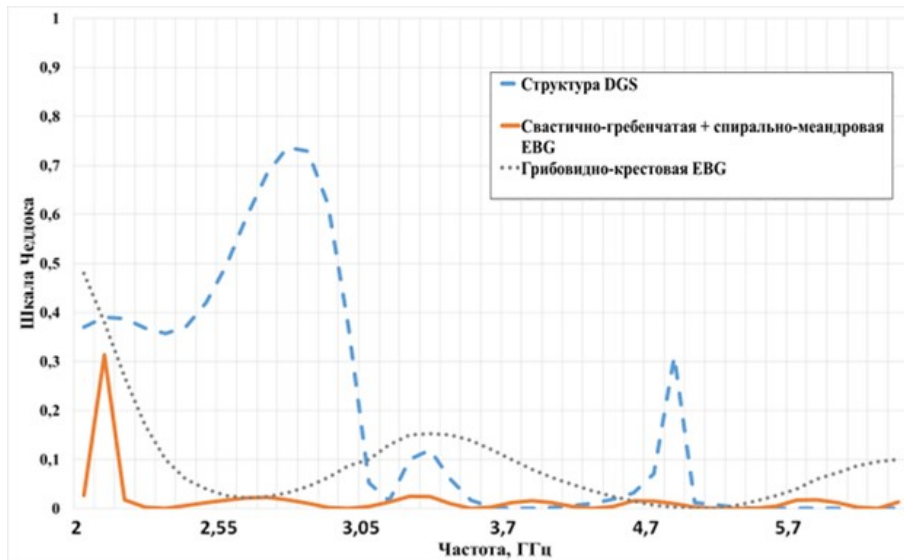


Рисунок 13 – Графики зависимостей коэффициентов корреляции огибающих антенных решёток (ЕСС) с внедрением вышеприведённых структур с учётом эффективности излучения элементов антенны

$$\rho_e(i, j, N) = \frac{\left| \sum_{n=1}^N s_{i,n}^* s_{n,j} \right|^2}{\prod_{k=(i,j)} \left[1 - \sum_{n=1}^N s_{i,n}^* s_{n,k} \right]}. \quad (2)$$

Здесь i и j – номера антенных элементов (излучателей), а N – общее количество рассматриваемых антенн. Подход к расчету ЕСС через S-параметры повышает надёжность получения точных данных, для чего также необходимо учитывать эффективность излучения антенных элементов, как показано в формуле (3) [17]:

$$\rho_{i,j,\max} = \frac{-\sum_{n=1}^N s_{ni}^* s_{nj}}{\sqrt{\left(1 - \sum_{n=1}^N |s_{ni}|^2\right) \left(1 - \sum_{n=1}^N |s_{nj}|^2\right) \eta_{rad,i} \eta_{rad,j}}} + \sqrt{\left(\frac{1}{\eta_{rad,i}} - 1\right) \left(\frac{1}{\eta_{rad,i}} - 1\right)}, \quad (3)$$

где $\eta_{rad,i}$ и $\eta_{rad,j}$ – коэффициенты полезного действия излучения i -го и j -го излучающих элементов антенной решётки ММО. Но в случае рассмотрения антенных решёток с более низкими коэффициентами полезного действия вышеприведенная формула приводит к более высоким значениям.

ЕСС антенны ММО также может быть рассчитан с использованием уравнения, основанного на диаграммах направленности антенн в дальнем поле. Корреляция огибающей ρ_{ij} позволяет сравнить, как диаграмма направленности i -го антенного элемента системы ММО коррелирует с диаграммой j -го антенного элемента. Расчёт ЕСС на основе коэффициентов корреляции, полученных из S-параметров, приводит к незначительным значениям. Вычисление ЕСС через S-параметры демонстрирует значение изолированности порта, которое является приемлемым для узкополосных антенн. Тем не менее, в отношении широкополосных антенн данный подход приводит к менее точным результатам.

Поэтому приоритетным методом является вычисление ЕСС при помощи параметров диаграмм направленности в дальнем поле, как показано в формуле (4) [10]. Чем меньше будет значение, тем лучше будет коэффициент корреляции антенной решётки.

В подходе к вычислениям ЕСС, основанном на диаграмме направленности дальнего поля, представленном в формуле (4), XPR - мера скорости перекрестной поляризации падающего поля, которая определяется как P_V/P_H , где P_V и P_H представляют собой среднюю мощность вдоль вертикальной и горизонтальной осей антенны со сферическими координатами θ и φ соответственно. $E_{\theta i}$ и $E_{\varphi i}$ являются комплексными огибающими θ и φ составляющих излучаемого дальнего поля. P_{θ} и P_{φ} – вероятности распределения падающей мощности на антенну в направлениях θ и φ соответственно. Телесный угол Ω – это двумерный угол в трехмерном излучении, определяемый θ по высоте и φ по азимуту. Рассматривается идеальная изотропная среда, где P_V и P_H почти равны между собой, поэтому $XPR = 1$ и $P_{\theta} = P_{\varphi} = \pi$. При расчете ЕСС по направленности дальнего поля удовлетворительным является значение менее 0,5.

$$\rho_{ij} = \frac{\left| \int \Omega \left[XPR \times E_{\theta i} E_{\theta j}^* P_{\theta} + E_{\varphi i} E_{\varphi j}^* P_{\varphi} \right] d\Omega \right|^2}{\int \Omega \left\{ XPR \times E_{\theta i} E_{\theta i}^* P_{\theta} + E_{\varphi i} E_{\varphi i}^* P_{\varphi} \right\} d\Omega \times \int \Omega \left\{ XPR \times E_{\theta j} E_{\theta j}^* P_{\theta} + E_{\varphi j} E_{\varphi j}^* P_{\varphi} \right\} d\Omega} \quad (4)$$

Другой метод вычисления ЕСС с использованием показателей излучения дальнего поля представлен в формуле (5) [10], где η_{max} – максимальная эффективность. Данное отношение зависит от распределения мощности излучающих элементов. В этом методе $\eta_i \eta_j$ – общая эффективность излучающих элементов:

$$|\rho_{ij}(e)|^2 = 1 - \frac{\eta_{max}}{\eta_i \eta_j}. \quad (5)$$

Как говорилось выше, МЕГ – это одна из количественных характеристик антенны ММО. МЕГ – коэффициент полезного действия антенны, через который выражается количество мощности, принимаемой антенными элементами в среде системы ММО по сравнению с изотропной средой с затуханием. Если мы рассматриваем среду как однородную рэлеевскую с равными вертикальными и горизонтальными плотностями мощности, то МЕГ рассчитывается по следующей формуле:

$$MEG_i = 0,5 \left[1 - \sum_{j=1}^N |S_{ij}|^2 \right]. \quad (6)$$

Помимо этого, разница между любыми двумя коэффициентами полезного действия должна быть равной < 3 дБ, как показано в следующем отношении:

$$MEG_i - MEG_j < 3dB. \quad (7)$$

МЕГ также рассчитывается на основе диаграммы направленности излучения в дальнем поле по приведенной ниже формуле (8), которая, как считается, демонстрирует более точный результат, чем метод S-параметров. В уравнении (8) g_{θ} и G_{φ} представляют собой диаграммы усиления по мощности антенных элементов при изменении θ , а φ является постоянным в случае g_{θ} , и наоборот для G_{φ} .

$$MEG = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\frac{XPR}{1 + XPR} G_{\theta}(\theta, \varphi) P_{\theta}(\theta, \varphi) + \frac{XPR}{1 + XPR} G_{\varphi}(\theta, \varphi) P_{\varphi}(\theta, \varphi) \right] \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (8)$$

В условиях равномерного распространения в неидеальных условиях значение МЕГ для XPR можно рассчитать как равное 0. Теоретически максимально возможное значение МЕГ составляет -3 дБ тогда, когда эффективность антенны составляет 100%.

TARC также является важным количественным параметром, характеризующим полосу пропускания частот антенных решёток и характеристики излучения в условиях эксплуатации ММО-антенных решёток. Это указывает на важность ширины полосы пропускания и неизменяемой резонансной частоты, даже когда фаза θ входного сигнала изменяется для всех входных портов. Для многопортовых устройств определено собственное обобщенное уравнение TARC. Для антенной решётки ММО, объединяющей все параметры рассеяния, при линейной поляризации антенн, после рассмотрения определения, TARC может быть представлен в виде формулы (9):

$$TARC = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N |S_{i1} + \sum_{m=2}^N S_{im} e^{j\theta} m - 1|^2}}{\sqrt{N}}. \quad (9)$$

Также ССЛ является одной из важнейших характеристик в ходе проверки эффективности развязки в антенных системах ММО. ССЛ помогает установить максимальный предел скорости передачи сообщений, до достижения значения которого сигнал может непрерывно передаваться по каналу связи с потерями, равными не более 0,4 бит/с в рабочем диапазоне частот. Данный параметр можно вычислить, используя представленное ниже уравнение:

$$C_{loss} = -\log_2 \det(a^R). \quad (10)$$

Рассчитанные показатели МЕГ, TARC и ССЛ для вышеприведённых антенных решёток можно увидеть ниже в таблице 3.

Для 4-элементной ММО антенной решётки приемлемыми значениями являются: TARC < 0 дБ, МЕГ < -3 дБ и ССЛ < 0.4 бит/с/Гц, которым удовлетворяют рассмотренные AP с внедрёнными структурами.

Таблица 3 – Расчитанные значения MEG, TARC и CCL для рассматриваемых структур

Коэффициенты	Антенная решётка с внедрением сочетания свастично-гребенчатой и спирально-меандровой структур EBG	Антенная решётка с внедрением структуры DGS с L-образных заглушек	Антенная решётка с внедрением грибовидно-крестовой EBG
MEG	-24.44 дБ	-23.65 дБ	-24.39 дБ
TARC	-6.18 дБ	-5.8 дБ	-7.08 дБ
CCL	-1.68238	-1.49912	-1.51972

Заключение

На основе представленного выше анализа передающих характеристик антенных решёток можно сделать вывод, что наибольшая эффективность для применения в диапазоне от 2 ГГц до 6 ГГц достигается антенной решёткой, полученной в результате сочетания спирально-меандровой и свастично-гребенчатой структур, которые обеспечивают сильную антенную развязку на всей ширине полосы частот, также сочетание данных структур уменьшает взаимное влияние излучающих источников как в Е-плоскости, так и в Н-плоскости. Сильная изолированность, высокие показатели коэффициента усиления антенной решётки и низкий коэффициент корреляции при малом расстоянии между излучающими элементами, а также малые размеры делают данную структуру наиболее эффективной в сравнении с остальными рассматриваемыми структурами.

Внедрение структуры DGS с L-образными заглушками более целесообразно при работе именно с 5 ГГц диапазоном и имеет потенциал применения в локальных беспроводных сетях современного и будущего поколений как обеспечивающей наибольшую изолированность в этом диапазоне, но из-за несовершенства и потерь в подложке FR4 будет более практично использовать Roger 5880 и его аналоги. Несмотря на уступающие другим рассмотренным структурам показатели, структура с деформированной землёй обладает наименьшим расстоянием между излучающими элементами и значительной простотой реализации, что в ряде случаев при разработке антенных решёток ММО работающих в диапазоне 5 ГГц будет наиболее удобным решением.

Внедрение в антенную решётку грибовидно-крестовой структуры EBG может быть оптимальным выбором при работе в диапазоне от 2 ГГц до 6 ГГц, но из-за серьёзного недостатка в виде достаточно больших размеров (ширина 18,98 и длина 18,9) ограничивается ширина применения структуры в связи с миниатюризацией современных антенных решёток ММО, а также ориентированность данной структуры на применение в круглых антеннах.

Список литературы

- [1] Al-Hasan M. J., Denidni T. A., Sebak A. R. Millimeterwave compact EBG structure for mutual coupling reduction applications // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2015. Vol. 63, no. 2. pp. 823-828. doi: [10.1109/TAP.2014.2381229](https://doi.org/10.1109/TAP.2014.2381229)
- [2] Arora A., Kumar N. To reduce mutual coupling in microstrip patch antenna arrays elements using electromagnetic band gap structures for X-band // In 2017 International Conference on Nextgen Electronic Technologies: Silicon to Software (ICNETS2). Chennai (China), 2017. pp. 228-230. doi: [10.1109/ICNETS2.2017.8067937](https://doi.org/10.1109/ICNETS2.2017.8067937)
- [3] Assimonis S. D., Yioultsis T. V., Antonopoulos C. S. Computational investigation and design of planar EBG structures for coupling reduction in antenna applications // IEEE Transactions on Magnetics, 2012. Vol. 48, No. 2. pp. 771-774. doi: [10.1109/TMAG.2011.2172680](https://doi.org/10.1109/TMAG.2011.2172680)
- [4] Banerjee J., Karmakar A., Ghatak R., Poddar D. R. Compact CPW-fed UWB MIMO antenna with a novel modified Minkowski fractal defected ground structure (DGS) for high isolation and triple band-notch characteristic // Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 2017. Vol. 31. No. 15. pp. 1550-1565.
- [5] Elabd R. H., Al-Gburi A. J. A. Super-compact 28/38 GHz 4-port MIMO antenna using metamaterial-

- inspired EBG structure with SAR analysis for 5G cellular devices // *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, 2024. Vol. 45. No. 1. pp. 35-65. doi: [10.1007/s10762-023-00959-6](https://doi.org/10.1007/s10762-023-00959-6) EDN: [WCPKZO](https://www.edn.net/WCPKZO)
- [6] Ghosh J., Ghosal S., Mitra D., et al. Mutual coupling reduction between closely placed microstrip patch antenna using meander line resonator // *Progress In Electromagnetics Research Letters*, 2016. Vol. 59. pp. 115-122. doi: [10.2528/PIERL16012202](https://doi.org/10.2528/PIERL16012202)
- [7] Ghosh C. K., Mandal B., Parui S. K. Mutual coupling reduction of a dual-frequency microstrip antenna array by using U-shaped DGS and inverted U-shaped microstrip resonator // *Progress In Electromagnetics Research C*, 2014. Vol. 48. pp. 61-68.
- [8] Islam M. T., Shahidul Alam Md. Compact EBG structure for alleviating mutual coupling between patch antenna array elements // *Progress In Electromagnetics Research*, 2013. Vol. 137. pp. 425-438.
- [9] Jiang W., Che W. A novel UWB antenna with dual notched bands for WiMAX and WLAN applications // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2012. Vol. 11. pp. 293-296.
- [10] Kumar A., Ansari A. Q., Kanaujia B. K., Kishor J., Kumar S. An ultra-compact two-port UWB-MIMO antenna with dual band-notched characteristics, 2020. doi: [10.1016/j.aeue.2019.152997](https://doi.org/10.1016/j.aeue.2019.152997) EDN: [ZUDRKY](https://www.edn.net/ZUDRKY)
- [11] Kumar A., Ansari A. Q., Kanaujia B. K., Kishor, J. High isolation compact four-port MIMO antenna loaded with CSRR for multiband applications // *Frequenz*, 2018. 72(9-10). pp. 415-427. doi: [10.1515/freq-2017-0276](https://doi.org/10.1515/freq-2017-0276) EDN: [DUIXTZ](https://www.edn.net/DUIXTZ)
- [12] Kumar N., Kiran Kommuri U. MIMO Antenna H-Plane Isolation Enhancement using UC-EBG Structure and Metal Line Strip for WLAN Applications. School of Electronics Engineering, Vellore Institute of Technology Chennai Campus, 2019. pp. 399-406.
- [13] Kumar N., Kiran Kommuri U. MIMO antenna mutual coupling reduction for WLAN using spiro meander line UC-EBG // *Progress In Electromagnetics Research C*, 2018. Vol. 80. pp. 65-77. doi: [10.2528/PIERC17101601](https://doi.org/10.2528/PIERC17101601)
- [14] Kumar P., Sinha R., Choubey A., Mahto S. K. A novel metamaterial electromagnetic band gap (MM-EBG) isolator to reduce mutual coupling in low-profile MIMO antenna // *Journal of Electronic Materials*, 2022. Vol. 51. No. 2. pp. 626-634. doi: [10.1007/s11664-021-09310-y](https://doi.org/10.1007/s11664-021-09310-y) EDN: [EOHEWT](https://www.edn.net/EOHEWT)
- [15] Li L., Zhou Z.-L., Hong J.-S., Wang B.-Z. Compact dual band-notched UWB planar monopole antenna with modified SRR // *Electronics Letters*, 2011. Vol. 47. No. 17. pp. 950-951. doi: [10.1049/el.2011.1874](https://doi.org/10.1049/el.2011.1874)
- [16] Luo C. M., Hong J. S., Zhong L. L. Isolation enhancement of a very compact UWB-MIMO slot antenna with two defected ground structures // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2015. Vol. 14. pp. 1766-1769. doi: [10.1109/LAWP.2015.2423318](https://doi.org/10.1109/LAWP.2015.2423318)
- [17] Nadeem I., Choi, D.-Y. Study on mutual coupling reduction technique for MIMO antennas // *IEEE Access*, 2019. Vol. 7. pp. 563-586. doi: [10.1109/ACCESS.2018.2885558](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2885558) EDN: [WXLBSH](https://www.edn.net/WXLBSH)
- [18] Ou Yang J., Yang F., Wang Z. M. Reducing mutual coupling of closely spaced microstrip MIMO antennas for WLAN application // *IEEE Antennas And Wireless Propagation Letters*, 2011. Vol. 10. pp. 310-313.
- [19] Qamar Z., Naeem U., Khan S. A., et al. Mutual coupling reduction for high performance densely packed patch antenna arrays on finite substrate // *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 2016. Vol. 64. No. 5. pp. 1653-1660. doi: [10.1109/TAP.2016.2535540](https://doi.org/10.1109/TAP.2016.2535540)
- [20] Qamar Z., Park H. C. Compact waveguided metamaterials for suppression of mutual coupling in microstrip array // *Progress In Electromagnetics Research*, 2014. Vol. 149. pp. 183-192. doi: [10.2528/PIER14063002](https://doi.org/10.2528/PIER14063002)
- [21] Xu H. X., Wang G. M., QI M. Q. Hilbert-shaped magnetic waveguided metamaterials for electromagnetic coupling reduction of microstrip antenna array // *IEEE Transactions on Magnetics*, 2013. pp. 1526-1529. doi: [10.1109/TMAG.2012.2230272](https://doi.org/10.1109/TMAG.2012.2230272)
- [22] Yang X., Liu Y., Xu Y. X., Gong S. X. Isolation enhancement in patch antenna array with fractal UC-EBG structure and cross slot // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017. Vol. 16. pp. 2175-2178. doi: [10.1109/LAWP.2017.2703170](https://doi.org/10.1109/LAWP.2017.2703170)
- [23] Zhang J., Ci G., Cao Y., et al. A wide band-gap slot fractal UC-EBG based on Moore space-filling geometry for microwave application // *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, 2017. Vol. 16. pp. 33-37. doi: [10.1109/LAWP.2016.2553135](https://doi.org/10.1109/LAWP.2016.2553135)

Modeling and comparative analysis of structures that improve antenna isolation in MIMO technology antenna arrays

V.E. Kutepov^{*1}, I.V. Peshkov¹

¹ Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

* schtuzer88@gmail.com

Abstract

This article provides a comprehensive analysis of the reduction of the mutual coupling between the radiating elements of MIMO antenna arrays when using semiconductor structures with an electromagnetic band gap in the form of a combination of a single-plane swastika-combed and spiral-meander, as well as a separate mushroom-shaped cross and a deformed earth structure with L-shaped plugs. Models of all three antenna arrays have been developed, the transmission characteristics of the resulting models have been calculated and analyzed, a comparative analysis has been carried out to determine the effectiveness of the antenna systems under consideration, to identify their advantages and disadvantages, to determine the most optimal use and practical application in local wireless networks, as well as the features and conditions within the framework of the introduction of MIMO antenna arrays. Using the developed models, the power transmission coefficients, gain coefficients (DG) AP, correlation coefficients of antenna array envelopes (ECC), antenna efficiency coefficients (MEG), total active reflection coefficient (TARC) for each structure of reducing mutual coupling, as well as channel bandwidth loss (CCL) were studied. Based on the results of preliminary calculations, modeling and processing of the results, it is demonstrated that it is possible to significantly reduce the interconnection of antenna array elements, taking into account the individual characteristics of each structure under consideration.

Key words: MIMO, DGS, EBG, inductance, capacitance, ECC, MAG, TAC, CCL

Вынужденное комбинационное рассеяние и работа рамановского лазера

Е.С. Андрианов^{1,2}, А.П. Виноградов^{1,2}, А.А. Пухов * ¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия

² Федеральное государственное унитарное предприятие "Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н.Л. Духова", Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 11.12.2024

Одобрена после рецензирования 20.12.2024

Принята к публикации 28.02.2025

Аннотация

Природа накачки рамановского лазера не связана с возбуждением каких-либо уровней электронной подсистемы раман-активных молекул, заполняющих резонатор лазера. Фактически усиление происходит за счет нелинейного взаимодействия раман-активных молекул с двумя когерентными электромагнитными полями волн, полем волны накачки и полем резонаторной моды. Такой механизм накачки не требует создания инверсной населенности каких-либо уровней молекулы. Работа рамановского лазера может быть описана классически в рамках нелинейной оптики как генератора с когерентной накачкой. Обсуждаются условия возникновения когерентной составляющей на частоте резонатора, необходимой для включения механизма рамановского усиления.

Ключевые слова: комбинационное рассеяние, эффект Парселла, спонтанное и вынужденное излучение, виртуальные уровни

EDN IYRQAV

doi:[10.24412/2949-0553-2025-115-33-44](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2025-115-33-44)

1. Введение

Ранее [1] было показано, что взаимодействие ЭМ волны с молекулой не сводится к квантовым переходам между уровнями квантовой системы, а может быть вынужденным движением ее электронной подсистемы под действием внешнего поля. Фактически это движение представляют собой нерезонансные осцилляции Раби, а излучение света связано со взаимодействием дипольного момента молекулы, возникшего благодаря этому движению, с модами свободного пространства. Оказалось, что объяснение комбинационного рассеяния света прекрасно укладывается в эту схему и не требует изобретения сложных схем с введением дополнительных виртуальных уровней. Как следствие, механизм генерации когерентного света рамановским лазером не требует создания инверсной населенности каких-либо уровней молекулы. Работа рамановского лазера может быть описана классически в рамках нелинейной оптики как генератора с когерентной накачкой. Для этого нужно только сделать квантовый расчет нелинейной восприимчивости третьего порядка, что требует квантового рассмотрения взаимодействия электронной подсистемы молекулы с колебаниями ядер внутри молекулы. Именно нелинейная перекачка энергии от когерентной волны накачки в когерентное поле резонатора, называемая вынужденным комбинационным рассеянием (ВКР), создает усиление поля внутри резонатора, а вовсе не вынужденное излучение, введённое Эйнштейном.

2. Схема работы традиционного лазера

Чтобы понять различия в работе рамановского и обыкновенного, скажем, газового лазера, напомним сначала в общих чертах работу последнего, акцентируя внимание на механизмах, приводящих к лазерированию.

* Автор, ответственный за переписку: Александр Александрович Пухов, pukhov@mail.ru

Для генерации когерентного излучения в обыкновенном лазере требуются следующие условия. Во-первых, необходим резонатор, заполненный атомами, имеющими два рабочих электронных состояния, между которыми разрешен переход на частоте ω_σ . Для простоты, атомы, заполняющие резонатор, будем рассматривать как двухуровневые системы (ДУС). Частота резонатора ω_a предполагается близкой к ω_σ [2]. Во-вторых, должно осуществляться стороннее, некогерентное возбуждение атомов. Некогерентность нужна для достижения инвертированного состояния, в котором заселенность возбужденного состояния больше, чем основного. Это может быть ударное возбуждение атомов электронами в разряде, возбуждение атомов светом в состояния выше верхнего с возможностью релаксировать до верхнего состояния и т.д. [2].

В таком лазере за счет эффекта Парселла [3] возбужденные атомы спонтанно излучают преимущественно в моду резонатора. Тем не менее возникающее поле некогерентно, так как атомы излучают независимо. Таким образом, поле внутри резонатора будет суммой мод, имеющих одинаковые волновой вектор и частоту ω_a , но фазы которых распределены случайно. Однако при увеличении мощности накачки число фотонов, спонтанно излученных в резонатор, растет. Рано или поздно число фотонов в какой-то из этих мод превысит некий порог, и начнется *вынужденное* излучение в эту моду с соответствующей фазой [4]. Обычно эта фаза связана с выполнением условий резонанса Фабри-Перо для рассматриваемого резонатора, т. е. условиями многопроходности [2]. Таким образом, в резонаторе возникнет когерентная мода поля. Далее за счет многопроходности происходит усиление этой моды, что при достаточной добротности резонатора приводит к лазерированию.

Для возможности перенесения данной теории на объяснение работы рамановского лазера уместно вкратце рассмотреть образование энергетических уровней в раман-активной молекуле (см. [5,6]), что мы сделаем на примере молекулы водорода.

3. Расчет энергетических уровней раман-активной молекулы (приближение Борна-Оппенгеймера [7])

В молекулах обычно выделяют электронные и колебательные¹ степени свободы [6]. Такая возможность связана с тем, что масса электронов m_e много меньше массы ядер M , и перестройка электронной системы при изменении положения ядер происходит быстро.

Рассмотрим схему уровней в двухатомной молекуле, например в водороде. Молекула водорода состоит из двух ядер и двух электронов. В системе координат с началом, расположенным в центре масс ядер, в приближении Борна-Оппенгеймера ($m_e \ll M$) гамильтониан имеет вид:

$$\hat{H} = \left\{ \sum_{i=1,2} \left[\frac{\hat{\mathbf{p}}_i^2}{2m} - \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 + \mathbf{R}/2|} - \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{R}/2|} + \mathbf{E}_{ext}(t) \cdot e\mathbf{r}_i \right] + \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \right\} + \frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2M} + \frac{e^2}{R}, \quad (1)$$

где (см. рис. 1) – расстояние между ядрами, \mathbf{p}_i и \mathbf{r}_i импульс и координата i -го электрона, \mathbf{P} – импульс относительного движения ядер, $\pm\mathbf{R}/2 = \pm\mathbf{n}R/2$ – положения ядер, \mathbf{n} – единичный вектор, соединяющий ядра, M – приведенная масса ядер, e электрический заряд ядра, $\mathbf{E}_{ext}(t)$ классическое (неквантованное) внешнее поле, действующее на молекулу.

Как отмечалось выше, при движении ядер каждое собственное состояние электронной подсистемы успевает мгновенно подстроиться под новое положение ядер и создает эффективный потенциал, в котором двигаются ядра – потенциал Морса [8,9]. В этом приближении полная энергия молекулы складывается из энергии электронной подсистемы и энергии колебаний ядер. Эту ситуацию принято изображать схемой уровней Яблонского [10] (рис. 2): над каждым электронным уровнем расположена лестница колебательных уровней (вибронов с энергией ω_v). Такая картина хорошо согласуется с экспериментальными спектрами [6].

В приближении Борна-Оппенгеймера при движении ядер каждое собственное состояние электронной подсистемы успевает подстроиться под новое положение ядер. Это дает возможность разбить гамильтониан на две части. Гамильтониан электронной подсистемы имеет вид:

$$\hat{H}_{el} = \frac{\hat{\mathbf{p}}_1^2}{2m_e} + \frac{\hat{\mathbf{p}}_2^2}{2m_e} + e(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) \cdot \mathbf{E}_{ext} + U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, R). \quad (2)$$

¹Ниже мы не будем интересоваться мелкой структурой спектров рассеяния, связанной с вращением молекул.

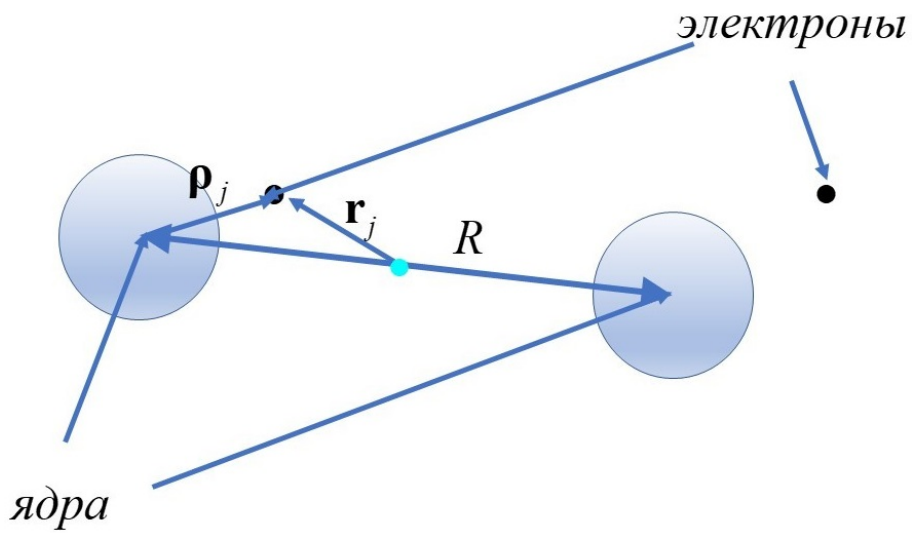


Рисунок 1 – Схема молекулы водорода. Поясняющая запись гамильтониана в форме (1)

В этом приближении ядра неподвижны, и мы считаем, что их координаты являются -числами, медленно изменяющимися во времени. Решениями уравнения Шредингера с гамильтонианом (2) являются собственным функциям электронной подсистемы $\varphi_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; R)$.

Гамильтониан подсистемы ядер сводится к двум последним членам в (1), а волновая функция молекулы есть произведение волновых функций электронной и ядерной подсистем. Так как суммарный дипольный момент ядер раман-активной молекулы равен нулю, то воздействием электрического поля на систему ядер мы пренебрегаем.

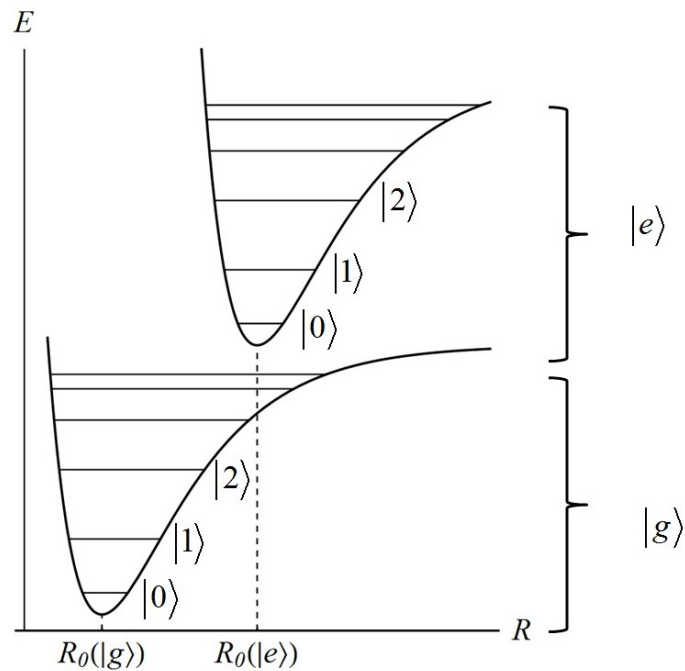


Рисунок 2 – Диаграмма уровней двухатомной молекулы Яблонского. По оси абсцисс отложено расстояние между ядрами, колебания которых проквантованы и соответствуют уровням, обозначенным как $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, \dots$. Основное и возбужденное электронные состояния обозначены (кривые Морса) как $|g\rangle$ и $|e\rangle$ соответственно

В этом приближении полная энергия молекулы складывается из энергий электронной подсистемы и энергии колебаний ядер. А волновая функция есть произведение волновой функции электронной подсистемы $\varphi_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tilde{R})$ и вибронной подсистемы $\chi_a(R)$, т.е волновой функции, описывающей волновую функцию колеблющихся ядер молекулы, можно представить как произведение волновых функций электронной подсистемы и подсистемы ядер $\varphi_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; R) \chi_a(R)$. Подстановка этого произведения в уравнение Шредингера с гамильтонианом (1) дает собственные энергии $E_a(R)$ для a -ой собственной

функции электронной подсистемы $\varphi_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; R)$ и уравнение для $\chi_a(R)$:

$$\left(\frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2M} + E_a(R) \right) \chi_a(R) = \varepsilon_a \chi_a(R). \quad (3)$$

Из уравнения (3) видно именно, что $E_a(R)$ создает эффективный потенциал (потенциал Морса [8, 9]), в котором двигаются ядра. На рис. 2 $E_a(R)$ соответствует потенциалам Морса для $a = |g\rangle$ и $a = |e\rangle$. В потенциале Морса координаты ядер рассматриваются как s -числа, а не операторы.

Соответственно, полная энергия есть сумма энергий двух подсистем $E_a + \varepsilon_a$. Однако, так как приближение (2) – (3) не учитывает взаимодействие электронной и вибронной подсистем, то оно не годится для описания комбинационного рассеяния (КР). Так как в раман-активных молекулах дипольный момент ядерной подсистемы равен нулю, что исключает прямые переходы между колебательными уровнями молекулы, энергии электронных уровней, как правило, далеки от энергии падающих фотонов. Иными словами, трудно ожидать, что падающее поле может вызвать нужные переходы между уровнями электронной подсистемы. Поэтому часто предполагают, что взаимодействие молекулы с падающим излучением приводит к образованию виртуальных электронных уровней² [11, 12].

4. Феноменологическая теория виртуальных уровней для объяснения КР, ВКР и рамановского лазерования

Рамановский лазер представляет собой резонатор, заполненный раман-активными молекулами. Эти молекулы освещаются когерентным светом второго лазера, работающего на частоте накачки ω_p . Рабочая частота резонатора ω_{res} выбирается равной частоте Стокса молекул $\omega_S = \omega_p - \omega_v$, заполняющих этот резонатор.

Теорию работы рамановского лазера в литературе принято сводить к вышеизложенной схеме работы традиционного лазера. Так как молекула не содержит требуемых электронных уровней с частотой перехода, равной частоте рамановского отклика ω_S , то, чтобы согласовать теорию рамановского лазера с теорией обычного лазера, выдумывают виртуальные уровни [11]. Рассмотрим этот подход подробнее.

4.1. КР как многоквантовый процесс (теория виртуальных уровней)

КР, открытое в 1928 г. Раманом [13], есть неупругое рассеяние света молекулой. При падении на раман-активную молекулу³ света с частотой ω_{ext} в спектре рассеяния помимо релеевской компоненты на частоте ω_{ext} имеется две боковых линии на стоксовской частоте $\omega_S = \omega_{ext} - \omega_v$ и антистоксовской частоте $\omega_{aS} = \omega_{ext} + \omega_v$, где ω_v – частота собственных колебаний ядер молекулы⁴. Интенсивность боковых линий много меньше интенсивности падающего излучения, причем интенсивность стоксовской линии больше интенсивности антистоксовской линии [11].

Спектр КР вполне объясним в рамках классической электродинамики. В теории антенн появление двух боковых сателлитов в спектре излучения обычно связано с модуляцией излучательной способности антенны, причем сателлиты имеют равную амплитуду и отстоят от основной частоты на частоту модуляции [14]. По аналогии с теорией антенн явление КР связывается с модуляцией электронного уровня молекулы колебаниями ядер [15–17]. Напомним, что при КР амплитуды сателлитов существенно различаются. Для того, чтобы объяснить это неравенство, необходимо все-таки прибегнуть к квантовому рассмотрению [17].

На заре развития квантовой механики взаимодействие света с молекулой рассматривалось в рамках боровской парадигмы. При этом взаимодействие света с молекулой сводится к процессам испускания и поглощения кванта света при переходах молекулы между ее собственными электронными состояниями.

Трудности в использовании этого подхода заключаются в отсутствии нужных уровней, необходимых для переходов, соответствующих КР. Поэтому была создана феноменологическая теория,

²Такое предположение отчасти оправдывалось тем, что для гамильтонианов, периодически зависящих от времени, существует теория, основанная на теореме Флоке [1], в которой появляются такие уровни. Однако при построении последовательной теории КР необходимо еще учесть нелинейную связь электронных и вибронных состояний молекулы, что нарушает периодичность гамильтониана во времени

³Все молекулы с точки зрения КР делятся на два класса: на раман-активные молекулы и ИК-активные молекулы. Отличие заключается в том, что в раман-активных молекулах дипольные переходы между состояниями, отличающимися между собой лишь возбуждениями вибронной подсистемы, запрещены из соображений симметрии. У ИК-активных молекул такие переходы разрешены под действием инфракрасного излучения, и существуют излучательные ИК спектры [11].

⁴Кванты этих колебаний мы будем называть вибронами.

основанная на том, что под действием внешнего поля в молекуле якобы создаются нужные виртуальные уровни. На Рис. 3. изображена схема резонансных переходов между виртуальными и реальными уровнями, которые обеспечивают испускание как стоксовских, так и антистоксовских фотонов.

На основании этого подхода развилась и успешно используется феноменологическая *двухфотонная теория* КР [11], дающая наглядную картину явления. В этой теории предполагается, что при КР раман-активная молекула поглощает падающий фотон энергии $\hbar\omega_{ext}$, переходя на соответствующий виртуальный уровень, а затем излучает фотон на стоксовской ω_{St} или антистоксовской частоте ω_{aSt} . В зависимости от частоты излучаемого фотона этот процесс дополнялся процессом рождения или поглощения вибрана с частотой ω_v .

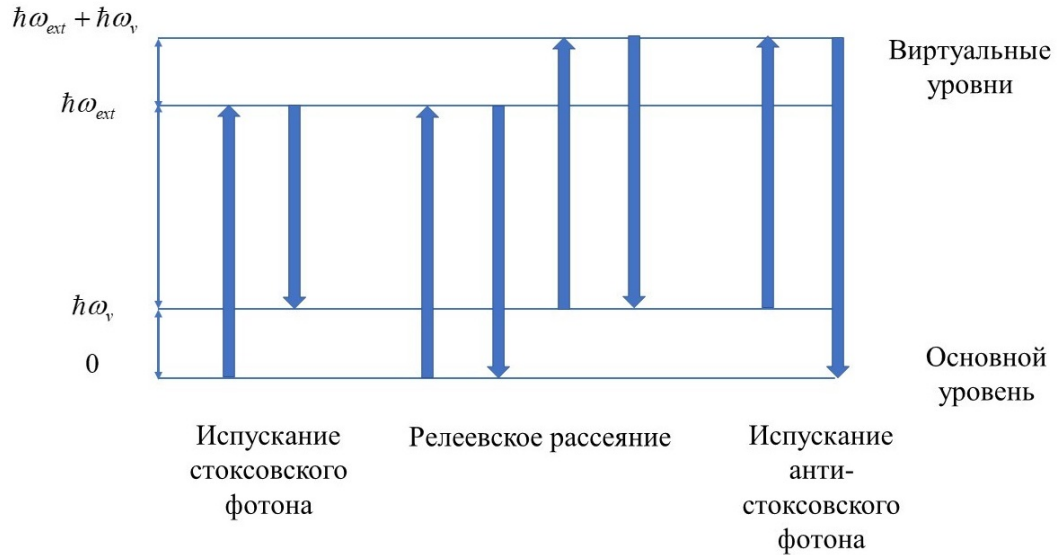


Рисунок 3 – Схема уровней Яблонского, используемая для объяснения КР в рамках двухфотонной теории. Данная диаграмма соответствует Рис. 3 при расстоянии между молекулами, равному равновесному значению R_0 .

Две нижние горизонтальные линии на Рис. 3 обозначают энергию основного состояния молекулы без вибрана и с одним возбужденным виброном. Две верхние горизонтальные линии обозначают энергии виртуальных уровней, которые реально не существуют. Нижний виртуальный уровень отстоит от основного электронного уровня на энергию падающего фотона $\hbar\omega_{ext}$, а верхний виртуальный уровень отстоит на ту же энергию от энергии основного состояния с одним возбужденным виброном. Стрелки вверх показывают переходам, вызванных поглощением падающих фотонов с энергией $\hbar\omega_{ext}$. Стрелки вниз показывают испускание фотонов.

Так испусканием фотона на частоте Стокса ω_{St} по Бору происходит при переходе с нижнего виртуального уровня на уровень основного состояния с одним возбужденным виброном. В двухквантовой теории [11] это связывают с распадом падающего фотона на виброн и стоксовский фотон.

Переход с нижнего виртуального уровня на уровень основного состояния так же, как и переход с верхнего виртуального уровня на уровень состояния с одним возбужденным виброном связывают с упругим релеевским рассеянием.

Считается, что переход с верхнего виртуального уровня в состояние с одним виброном приводит к испусканию фотона на антистоксовской частоте. В терминах двухквантовой теории этот процесс называют поглощением падающим фотоном вибрана и испусканием им антистоксовского фотона.

Таким образом двухквантовая теория, так же как и классическая антенная теория, предсказывает появление двух боковых линий, отстоящих от линии релеевского рассеяния на стоксовский сдвиг ω_v , не зависящий от частоты падающего излучения.

В рамках боровской теории переходы между уровнями рассматриваются как результаты электродипольного взаимодействия молекулы с внешним электрическим полем.

Конкретные расчеты в рамках двухфотонной теории проводятся во втором порядке теории возмущений по этому взаимодействию [11, 12]. Матричные элементы дипольных моментов вводятся как свободные параметры и определяются из эксперимента по измерению сечения спонтанного КР. Теоретически величина $\hbar\omega_v$ при расчетах считается равной стоксовскому сдвигу, наблюдаемому в эксперименте. Такое «сравнение» с экспериментом позволяет получить неплохие количественные оценки [8].

Однако теория виртуальных уровней требует изменений модели при изменениях условия эксперимента. Так, для объяснения когерентного антистоксовского рассеяния (КАРС-когерентное антистоксовское рамановское рассеяние) вводят уже четыре виртуальных уровня [19]. Как мы увидим ниже, для объяснения ВКР требуется добавить еще как минимум один виртуальный уровень. Что значительно снижает предсказательную силу теории виртуальных уровней.

4.2. ВКР как многоквантовый процесс (теория виртуальных уровней)

Помимо КР двухфотонная теория предсказывает также и ВКР. Действительно, под действием внешнего поля в этой теории должна образоваться ненулевая населенность виртуального уровня $\hbar\omega_{ext}$. Следуя логике Эйнштейна, можно предположить, что релаксация этого виртуального уровня будет идти по двум каналам. Первый канал связан со спонтанными переходами и отвечает за спонтанное КР (см. Рис. 2). Второй канал связан с вынужденными переходами под действием стоксовского излучения и отвечает за ВКР. Недостаток этой картины связан с тем, что для получения вынужденного излучения по Эйнштейну требуется когерентность и высокая интенсивность падающего излучения. В то время как интенсивность спонтанного стоксовского сигнала крайне мала, и он не когерентен [11].

Лишь использование мощных лазеров привело к открытию новых явлений (ВКР, CARS), тесно связанных с когерентностью падающего излучения. Так в 1962 году Вудбери и Нг [20, 21] сделали рубиновый лазер с модулированной добротностью. В качестве модулятора добротности использовалась ячейка Керра, заполненная жидким нитробензолом. В эксперименте на выходе из системы в генерируемом лазерном импульсе вместе с основным излучением рубинового лазера на длине волны 694,3 нм было обнаружено излучение на длине волны 767 нм. Мощность этого сигнала достигала 25% от мощности основного излучения. Как оказалось, разница наблюдаемых длин волн соответствовала самой сильной линии КР в нитробензоле (1345 см^{-1}). Вскоре в рамках двухфотонной теории это явление было интерпретировано как ВКР [22].

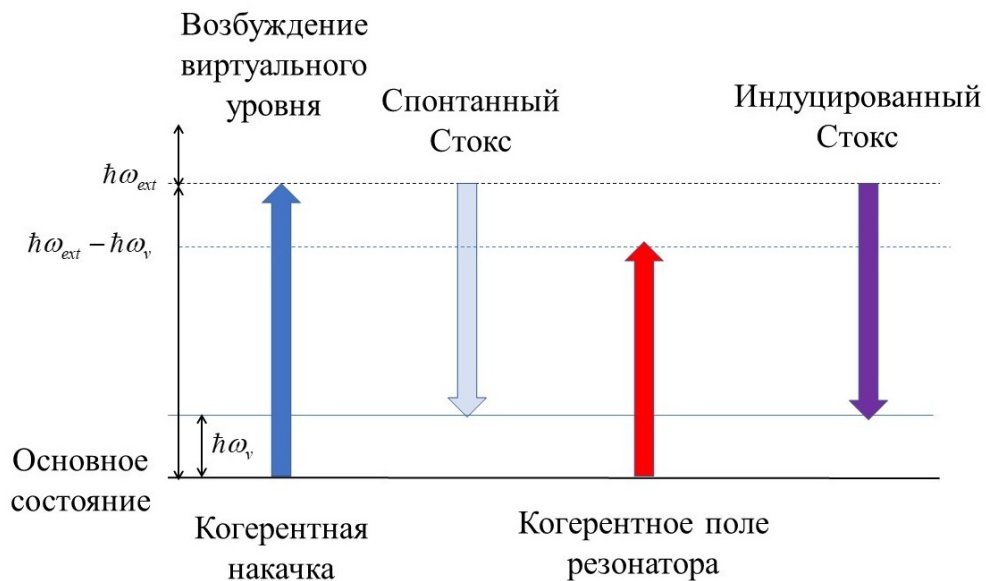


Рисунок 4 – Схема ВКР Яблонского для теории виртуальных уровней. Стрелки вверх означают переходы под действием когерентного поля накачки частоты $\omega_{ext} = \omega_{St} + \omega_v$ и когерентной составляющей стоксовского поля частоты ω_{ext} . Стрелка вниз соответствует ВКР, усиливающему когерентную составляющую стоксовского поля и порождающему виброн частоты ω_v .

Двухфотонная теория ВКР является обобщением двухфотонной теории КР на случай падения еще одной волны [18] (красная стрелка на рис. 1). При этом снова используется эйнштейновский механизм вынужденного излучения. Предполагается, что излучение накачки с частотой ω_{ext} приводит к возникновению заселенности виртуального уровня с энергией $\hbar\omega_{ext}$ (см. Рис. 4). Вторая падающая волна имеет стоксовскую частоту $\omega_{St} = \omega_{ext} - \omega_v$ и за счет ВКР «снимает» возбуждение этого виртуального уровня. При этом молекула оказывается в основном состоянии с одним возбужденным виброном. Излученный при этом фотон усиливает падающую стоксовскую волну (подробнее см. [2]).

5. Необходимость рассмотрения теории, выходящей за рамки приближения (2) – (3)

Неудобство применения теории виртуальных уровней заключается в ее феноменологическом характере. Т.е. она основана на правдоподобных, но бездоказательных рассуждениях. Как следствие, рассматривая различные явления, связанные с КР, необходимо подстраивать теорию. В частности, было показано, что необходимо менять число виртуальных уровней в зависимости от эксперимента. Но главное, что меняются и свойства виртуальных уровней. Для объяснения свойств спонтанного КР необходимо, чтобы время их жизни было крайне мало [11] и ширина линии была существенно меньше ω_v . Последние два требования противоречат друг другу [23]⁵. Более того, малое время жизни не позволяет надеяться на создание инверсной населенности этих уровней, что затрудняет интерпретацию работы рамановского лазера на языке вынужденного излучения.

Основным возражением к применению теории виртуальных уровней для объяснения КР является то, что появление комбинационных виртуальных электронных уровней является превышением точности при сделанных приближениях (2) – (3). Напомним, что в рамках этих приближений взаимодействием электронной и вибронной подсистем полностью пренебрегают. Учитывая, что в раман-активных молекулах колебания ядер напрямую не могут привести к излучению света [11], то механизм появления в спектре боковых комбинационных линий остается тайной.

Для получения более адекватного описания необходимо учесть то, что координаты ядер в уравнении (2) являются функциями времени и что оператор дипольного момента электронной подсистемы зависит от оператора координат ядер и, вообще говоря, не коммутирует с импульсом ядер [7]. В результате получается член, ответственный за взаимодействие электронной и вибронной систем.

Для определения поправки, вносимой этим взаимодействием, умножим уравнение (3) на $\varphi_a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2; \tilde{R})$ и проинтегрируем по объему:

$$\begin{aligned} \int dr \varphi_b(r; R) \left(\hat{H}_{el}(r, R) + \frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2M} \right) \varphi_a(r; R) \chi_a(R) \\ = \int dr \varphi_b(r; R) \hat{H}_{el}(r, R) \varphi_a(r; R) \chi_a(R) + \int dr \varphi_b(r; R) \frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2M} \varphi_a(r; R) \chi_a(R) \\ = E_a(R) \delta_{ab} \chi_a(R) + \int dr \varphi_b(r; R) \frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2M} \varphi_a(r; R) \chi_a(R) = \varepsilon_a \delta_{ab} \chi_a(R) \end{aligned} \quad (4)$$

или

$$(E_a(R) - \varepsilon_{ab}) \delta_{ab} \chi_a(R) = - \int dr \varphi_b(r; R) \frac{\hat{\mathbf{P}}^2}{2M} \varphi_a(r; R) \chi_a(R) \equiv \sum_b \hat{h}_{ab}^{(non-ad)} \chi_b(R).$$

Можно показать [7], что поправка (4) сводится к гамильтониану Фрелиха, взаимодействия фононов с электронными возбуждениями в твердом теле,

$$H_{inter} = \hbar g (\hat{b}^+ + \hat{b}) \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma}, \quad (5)$$

где $g \sim \frac{\hbar \omega_\sigma}{a} \sqrt{\frac{1}{M \hbar \omega_v}} \sim \omega_\sigma (m/M)^{1/4}$ – малая константа связи.

Покажем, что, используя (5), можно описать все связанные с КР явления, не прибегая к использованию виртуальных уровней.

5.1. Усиление КР сигналов падающей волной и теория рамановского лазера

Для того, чтобы описать КР, надо рассмотреть одновременно взаимодействие электромагнитного поля с электронной подсистемой молекулы и взаимодействие этой электронной подсистемы с вибронной, уравнение (5) [24]. Полный гамильтониан (1) тогда можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \hat{H}_S = \hbar \omega_\sigma \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} + \hbar \omega_v \hat{b}^\dagger \hat{b} + \hbar g \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} (\hat{b}^\dagger + \hat{b}) \\ + \frac{\hbar \Omega_P}{2} (\hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_P t} + \hat{\sigma} e^{i\omega_P t}) + \frac{\hbar \Omega_S}{2} (\hat{\sigma}^\dagger e^{-i\omega_S t} + \hat{\sigma} e^{i\omega_S t}), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Omega_P = -\mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{E}_P / \hbar$, $\Omega_S = -\mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{E}_S / \hbar$, $\mathbf{E}_P \sim \mathbf{E}_S$ – амплитуды электрических полей падающих волн, и \mathbf{d}_{eg} – матричный элемент дипольного момента перехода ДУС. Ниже, для определенности, мы считаем, что $\omega_S < \omega_P$.

⁵С одной стороны, время их жизни считается очень малым, с другой стороны, ширина этих уровней должна быть достаточно большой, чтобы виртуальные уровни, отвечающие за стоксовский и антистоксовский уровни, не сливались.

Вообще говоря, так как нас интересует когерентный отклик молекулы, то для описания рамановского усиления вполне можно использовать методы нелинейной оптики [18]. Единственно, что нужно знать – это значения восприимчивости третьего порядка $\chi^{(3)}$, которые необходимо найти в рамках квантовой механики, используя гамильтониан (6). Для этого нужно решить уравнения Гейзенберга-Ланжевена⁶, для операторов уничтожения электронной $\hat{\sigma}$ и вибронной \hat{b} подсистем

$$d\hat{b}/dt + (i\omega_v + \gamma_v)\hat{b} = -ig\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} + \hat{F}_b(t), \quad (7)$$

$$d\hat{\sigma}/dt = (-i\omega_\sigma - \gamma_\sigma)\hat{\sigma} + \frac{i}{2}(2\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma} - 1)(\Omega_P e^{-i\omega_1 t} + \Omega_S e^{-i\omega_2 t}) - ig\hat{\sigma}(\hat{b}^\dagger + \hat{b}), \quad (8)$$

где γ_v и γ_σ – скорости релаксации вибронных и электронных состояний, $\hat{F}_b(t)$ – коррелятор тепловых шумов вибронной подсистемы, а шумами электронной подсистемы можно пренебречь в силу того, что $\omega_\sigma \gg \omega_v$ [1].

Как и в случае обыкновенного лазера, наличие резонатора с резонансной частотой, равной частоте стоксовского излучения $\omega_{St} = \omega_{ext} - \omega_B$, приводит к выделению этой моды (эффект Парселла), куда и происходит основное излучение КР на стоксовской частоте. После достижения накачки определенного порога [4] появляется когерентная составляющая в излучении на стоксовской частоте. Теперь необходимо учитывать, что рассматриваемые раман-активные молекулы находятся в поле двух когерентных волн. Одна из них (волна накачки) имеет частоту ω_{ext} и вызывает КР на частоте ω_{St} , а вторая есть поле внутри резонатора, имеющее частоту ω_{St} . Между этими волнами возникают биения с частотой $\omega_B = \omega_{ext} - \omega_{St}$. Пока мы не учитываем взаимодействие Фрелиха, наложение этих волн можно рассматривать в линейном приближении, и следовательно, их спектр включает в себя только две частоты, ω_{St} и ω_{ext} . Учет взаимодействия электронной и вибронной подсистем молекулы (взаимодействие Фрелиха) в силу нелинейности приводит к появлению в спектре «силы», воздействующей на вибронную подсистему, также частоту биений ω_B . При совпадении частоты колебания ядер ω_v с частотой биений ω_B возникает резонансная раскачка когерентных колебаний ядер. При этом КР становится когерентным, и его можно описывать в рамках классической нелинейной оптики с помощью $\chi^{(3)}$.

Действительно, уравнение (8) при $g = 0$ описывает релеевский отклик молекулы, вызванный вынужденными колебаниями оператора $\hat{\sigma}$ во внешнем электрическом поле, описываемом константами Раби Ω_P , Ω_S (см. [30, 31]). Никаких переходов между уровнями электронной системы не происходит, так как $\omega_{ext, St} < \omega_\sigma$. Взаимодействие Фрелиха $\hbar g \hat{\sigma}^\dagger \hat{\sigma} (\hat{b}^\dagger + \hat{b})$ между электронной подсистемой молекулы ($\hat{\sigma}$) с вибронной подсистемой молекулы (\hat{b}) вызывает, во-первых, резонансную раскачку колебаний ядер (нелинейный член $-ig\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}$ в уравнении (7)). Так как член $-ig\hat{\sigma}^\dagger\hat{\sigma}$ содержит компоненту, колеблющуюся на частоте биения волн $\omega_B = \omega_{ext} - \omega_{St}$, то совпадение частоты биений с частотой колебаний ядер приводит к рождению вибронов. Во-вторых, член $-ig\hat{\sigma}(\hat{b}^\dagger + \hat{b})$ в уравнении (8) приводит к нарастанию дипольного момента электронной подсистемы ($\hat{\sigma}$) при $\hat{b}^\dagger + \hat{b} \neq 0$.

Точное решение этих нелинейных уравнений получить затруднительно, но можно построить теорию возмущения по малым константам взаимодействия g и Ω . Действительно, g порядка частоты колебаний молекулы, т. е. много меньше оптических частот. Внешнее поле считается достаточно слабым, чтобы частота Раби, Ω , играющая роль константы взаимодействия внешнего поля с электронной подсистемой, была меньше естественной ширины всех линий излучения. В этом случае можно не учитывать как осцилляции Раби, так и возникновение молловского триплета [25, 26].

Преимущество такого подхода заключается в том, что во всех порядках теории возмущений мы имеем линейные уравнения относительно учитываемых поправок. В нулевом порядке (отсутствие внешнего поля и взаимодействия электронной и вибронной подсистем молекулы) оператор $\hat{\sigma}$ оказывается равным нулю, а в уравнении для \hat{b} в правой части имеется только член, описывающий тепловые шумы. В первом порядке теории возмущений член взаимодействия равен нулю из-за нелинейности и равенства нулю полученного в нулевом приближении оператора $\hat{\sigma}$, и уравнение (8) выглядит следующим образом:

$$\frac{d\hat{\sigma}_1}{dt} + (i\omega_\sigma + \gamma_\sigma)\hat{\sigma}_1 = -i\Omega_{ext} e^{-i\omega_{ext} t} \hat{I}/2,$$

а его стационарное решение

$$\hat{\sigma}_1(t) = \hat{I} \frac{1}{2} \frac{\Omega_{ext}}{(\omega_{ext} - \omega_\sigma)} e^{-i\omega_{ext} t}$$

описывает рэлеевское рассеяние.

⁶Мы используем гейзенберговское описание КМ, когда волновая функция считается постоянной, а от времени зависят операторы [27].

Вклад в КР появляется лишь во втором порядке теории возмущений для $\hat{\sigma}_2$ [7], соответствующие члены появляются из-за взаимодействия $\hat{\sigma}_1$ с колебаниями ядер \hat{b}_0 , носящими тепловой характер:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{\sigma}_2}{dt} + (i\omega_\sigma + \gamma_\sigma) \hat{\sigma}_2 &= -ig\hat{\sigma}_1(t) \left(\hat{b}_0(t) + \hat{b}_0^\dagger(t) \right) \\ &= \frac{-ig\Omega_{ext} e^{-i\omega_{ext}t}}{2(\omega_{ext} - \omega_\sigma)} \int_0^t d\tau \left[e^{(i\omega_v - \gamma_v)(t-\tau)} \hat{F}_b^\dagger(\tau) + e^{(-i\omega_v - \gamma_v)(t-\tau)} \hat{F}_b(\tau) \right]. \end{aligned}$$

Значение интересующей нас восприимчивости третьего порядка $\chi^{(3)}$ получается в третьем порядке теории возмущения [7], в частности для дипольного момента мы имеем:

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_3^{(g)}(\omega_S) &= d_{eg}\sigma_3^g(\omega_S) = d_{eg}i\frac{1}{8}\frac{g^2}{\gamma_v} \frac{|\Omega_P|^2 \Omega_S e^{-i\omega_S t}}{(\omega_\sigma - \omega_P)^2 (\omega_\sigma - \omega_S)^2} \\ &= \frac{d_{eg}^2 g^2 |\Omega_P|^2}{8\hbar\gamma_v (\omega_\sigma - \omega_P)^2 (\omega_\sigma - \omega_S)^2} \left(\frac{-\hbar\Omega_S}{d_{eg}} \right) \exp(-i(\omega_S t + \pi/2)) \\ &= \alpha_S E_S \exp(-i\pi/2) \exp(-i\omega_S t) / 4, \end{aligned} \quad (9)$$

что дает для восприимчивости следующее выражение:

$$\chi^{(3)}(\omega_S, \omega_S, \omega_P, -\omega_P) \approx i \frac{nd_{eg}^4}{8\hbar^3} \frac{g^2}{\gamma_v} \frac{1}{(\omega_\sigma - \omega_S)^2 (\omega_0 - \omega_P)^2}. \quad (10)$$

6. Приближение нелинейной оптики для описания ВКР [18]

После порогового возникновения когерентной части излучения стоксовской волны в игру вступает рамановское усиление, и амплитуда стоксовской когерентной волны начинает определять скорость передачи энергии от волны накачки в стоксовскую волну. То есть интенсивность когерентного стоксовского рассеяния будет зависеть от интенсивности, уже существующей в резонаторе стоксовской волны, что дает основание называть этот процесс ВКР.

Суть рамановского усиления заключается в том, что выше порога⁷, когда когерентные колебания ядер преобладают над тепловыми, стоксовский и антистоксовский сигналы становятся частично когерентными. Так как нелинейная оптика применима к классическим электромагнитным волнам, то когерентные части КР можно описывать в рамках нелинейной оптики, используя нелинейную восприимчивость $\chi^{(3)}$. В этом случае нелинейное взаимодействие между электронной и вибронной подсистемами молекулы приводит к рамановскому усилению, т.е. к перекачке энергии от когерентной волны накачки с частотой ω_{ext} к стоксовской волне с частотой $\omega_{St} = \omega_{ext} - \omega_v$ [28]. Фактически это сводится к тому, что волна накачки производит положительную работу над молекулой, а стоксовская волна – отрицательную [1, 29].

Можно показать, что при возникшем нелинейном взаимодействии двух когерентных волн происходит линейное по стоксовской интенсивности усиление стоксовского сигнала. Именно это явление, которое называют КР-вынужденным усилением [11], приводит к рамановской генерации. Рассмотрим описание КР в рамках нелинейной оптики [18, 28]. Запишем волновое уравнение, перенеся член с нелинейной поляризацией в правую часть:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\epsilon_d \mathbf{E})}{\partial t^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{P}^{(3)}}{\partial t^2}. \quad (11)$$

Будем искать решение (11) в виде суммы двух когерентных волн – волны Стокса и волны накачки:

$$\mathbf{E}(z, t) = E_P(z, t) \mathbf{e}_x + E_S(z, t) \mathbf{e}_x, \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} E_P(z, t) &= \frac{1}{2} \left(A_P(z) e^{i(k_P z - \omega_P t)} + A_P^*(z) e^{-i(k_P z - \omega_P t)} \right), \\ E_S(z, t) &= \frac{1}{2} \left(A_S(z) e^{i(k_S z - \omega_S t)} + A_S^*(z) e^{-i(k_S z - \omega_S t)} \right). \end{aligned}$$

Нелинейную поляризацию можно записать в виде

$$\mathbf{P}^{(3)} = \chi^{(3)}(\omega_S; \omega_S, \omega_P, -\omega_P) \mathbf{e}_x A_S(z) A_P(z) A_P^*(z) e^{-i(k_S z - \omega_S t)}, \quad (13)$$

где нелинейная восприимчивость дается уравнением (9).

⁷Очевидно, что этот порог можно снизить, используя резонатор.

Для постоянной накачки ($A_P = \text{const}$), подставляя (12) и (13) в (11), получаем следующее уравнение для амплитуды стоксовской волны $A_S(z)$ [28]:

$$\frac{\partial}{\partial z} A_S(z) = \left(\left| \chi^{(3)} \right| |A_P(z)|^2 - \text{Im} \varepsilon(\omega_S) \right) k_S A_S(z) / 2 \text{Re} \varepsilon(\omega_S).$$

Это дает постоянное рамановское усиление волны на частоте Стокса, что и обеспечивает усиление когерентного излучения в рамановском лазере.

7. Заключение

Квантово-механическое рассмотрение работы рамановского лазера показало, что испускание света раман-активными молекулами определяется не переходами между электронными состояниями молекул, а вызвано колебаниями дипольного момента электронной подсистемы, наведенного внешними полями. Однако при колебаниях электронной подсистемы под действием внешнего поля происходит не только наведение дипольного момента, но и деформация суммарного электрического потенциала электронной подсистемы, который ранее обеспечивал стабильность молекулы. Именно это и вызывает дополнительные (нетепловые) колебания ядер. Выбор частоты резонатора позволяет сделать частоту биений суперпозиции когерентной накачки с полем резонатора равной частоте внутримолекулярных колебаний ядер. Нелинейный характер взаимодействия колебаний электронной подсистемы с колебаниями ядер приводит к появлению в спектре сил, действующих на ядра частоты биений. За счет этого происходит раскачка когерентных колебаний ядер, что делает КР также когерентным. В дальнейшем из-за нелинейности системы происходит перекачка энергии из волны накачки в моду резонатора. Именно это явление, а не вынужденное излучение, введенное Эйнштейном, создает усиление поля внутри резонатора рамановского лазера.

Список литературы

- [1] Lisyansky A. A., Andrianov Eu. S., Vinogradov A.P., Shishkov V. Yu. Quantum Optics of Light Scattering. NY: Springer, June 2024. doi: [10.1007/978-3-031-56638-7](https://doi.org/10.1007/978-3-031-56638-7)
- [2] Пантел П., Путхов Г. Основы квантовой электроники. М.: Мир, 1972. 383 с.
- [3] Purcell E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies // Physical Review 1946. V. 69. 681 p.
- [4] Виноградов А. П., Андрианов Е. С., Пухов А.А., Вынужденное излучение как пороговое явление // Современная электродинамика, 2024. № 6 (14). с. 36-40. doi: [10.24412/2949-0553-2024-614-36-40](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2024-614-36-40) EDN: [CIGLBJ](https://www.edn.ru/2024/06/14/36-40)
- [5] Осадько И.С. Квантовая динамика молекул. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2018. 368 с.
- [6] Герцберг Г. Спектры и строение двухатомных молекул. М.: ИЛ, 1949. 403 с.
- [7] Born M., Oppenheimer R. On the quantum theory of molecules, in Quantum Chemistry: Classic Scientific Papers. Singapore: World Scientific, 2000. pp. 1-24.
- [8] Morse P. M. Diatomic molecules according to the wave mechanics. II. Vibrational levels // Phys. Rev., 1929. 34, 57. doi: [10.1103/PhysRev.34.57](https://doi.org/10.1103/PhysRev.34.57)
- [9] Morse P. M., Stueckelberg E. C. G. Diatomic molecules according to the wave mechanics I: Electronic levels of the hydrogen molecular ion // Physical Review, 1929. 33, 932. doi: [10.1103/PhysRev.33.932](https://doi.org/10.1103/PhysRev.33.932)
- [10] Jablonski A. Efficiency of Anti-Stokes Fluorescence in Dyes // Nature, 1933. 131, 839-840. doi: [10.1038/131839b0](https://doi.org/10.1038/131839b0)
- [11] Long D.A. The Raman effect: a unified treatment of the theory of Raman scattering by molecules. NY: Wiley, 2002. doi: [10.1002/0470845767](https://doi.org/10.1002/0470845767)
- [12] Shen Y. R., Bloembergen N. Theory of Stimulated Brillouin and Raman Scattering // Phys. Rev, 1965. 137. A1787. doi: [10.1103/PhysRev.137.A1787](https://doi.org/10.1103/PhysRev.137.A1787)
- [13] Raman C. V., Krishnan K. S. A New Type of Secondary Radiation // Nature, 1928. 121. 501-502. doi: [10.1038/121501c0](https://doi.org/10.1038/121501c0)
- [14] Нефедов В. И., Сигов А. С. Основы радиоэлектроники и связи. М: Высшая школа, 2009. 735 с.
- [15] Кольрауш К. Спектры комбинационного рассеяния. М: ИЛ, 1952. 467 с.

- [16] Mandelstam L I, Landsberg G S, Leontowitsch M A, // Z. Phys, 1930. 60. 334 [Мандельштам Л И, Ландсберг Г С, Леонтович М А, Полное собрание трудов т. I (М; Издательство Академии наук СССР 1948)]. doi: [10.1007/BF01339934](https://doi.org/10.1007/BF01339934) EDN: ZZQRLF
- [17] Ландсберг Г. С., Мандельштам Л. И. // Журнал прикладной физики, 1929. № 6. С. 155.
- [18] Бломберген Н. Вынужденное комбинационное рассеяние света // УФН, 1969. с. 307-352.
- [19] Begley R. F., Harvey A. B., Byer R. L. Coherent anti-Stokes Raman spectroscopy // Applied Physics Letters, 1974ю. Vol. 25. No. 7. с. 387-390. doi: [10.1063/1.1655519](https://doi.org/10.1063/1.1655519) EDN: MHRJDY
- [20] Eckhardt G., Hellwarth R. W., McClung F. J., Schwarz S. E., Woodbury E. J. Stimulated Raman Scattering From Organic Liquids // Phys. Rev. Lett., 1962. Vol. 9. p. 455-457. doi: [10.1103/PhysRevLett.9.455](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.9.455)
- [21] Woodbury E. J., Ng K. Ruby laser operation in the near IR // Proc. L. R. K., 1962. Vol. 50. p. 2367.
- [22] Hellwarth R. W. Analysis of Stimulated Raman Scattering of a Giant Laser Pulse // Applied Optics, 1963. Vol. 2, p. 847-853. doi: [10.1364/AO.2.000847](https://doi.org/10.1364/AO.2.000847)
- [23] Поверхностно-усиленная рамановская спектроскопия (SERS): аналитические, биофизические и биомедицинские приложения / Под ред. Пабло Г. Этчегоин и Эрик К. Ле Ру, Юлинг Ванг и др. Москва : Техносфера, 2017. 331 с.
- [24] Neuman T., Aizpurua J., Esteban R. Quantum theory of surface-enhanced resonant Raman scattering (SERRS) of molecules in strongly coupled plasmon-exciton systems // Nanophotonics, 2020. Vol. 9(2). p. 295-308. doi: [10.1515/nanoph-2019-0336](https://doi.org/10.1515/nanoph-2019-0336)
- [25] Mollow B R. Power Spectrum of Light Scattered by Two-Level Systems // Physical Review. 1969. V. 188 p. 1969-1975. doi: [10.1103/PhysRev.188.1969](https://doi.org/10.1103/PhysRev.188.1969)
- [26] Rabi I. I. Space Quantization in a Gyating Magnetic Field // Physical Review, 1937. V. 51. p. 652- 654. doi: [10.1103/PhysRev.51.652](https://doi.org/10.1103/PhysRev.51.652)
- [27] Дирак П. А. М. Принципы квантовой механики. М.: Главная редакция физико-математической литературы, «Наука», 1979. 480 с.
- [28] Шен И. Р. Принципы нелинейной оптики. М: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1989. 560 с.
- [29] Doronin I. V., Andrianov Ev. S., Zyablovsky A. A., Pukhov A. A., Lozovik Yu. E., Vinogradov A. P., Lisyansky A. A. Second-order coherence properties of amplified spontaneous emission // Optics Express, 2019. V. 27. p. 10991-11005. doi: [10.1364/OE.27.010991](https://doi.org/10.1364/OE.27.010991) EDN: WYPKHO
- [30] Лоудон Р. Квантовая теория света. М.: Мир, 1976. 487 с.
- [31] Vinogradov A. P., Shishkov V. Yu., Doronin I. V., Andrianov S. Eu., Pukhov A. A., Lisyansky A. A. Quantum theory of Rayleigh scattering // Optics Express, 2021. V. 29. pp. 2501-2520. doi: [10.1364/OE.412852](https://doi.org/10.1364/OE.412852) EDN: XYDAXF

Stimulated Raman Scattering and Raman Laser Operation

E.S. Andrianov^{1,2}, A.P. Vinogradov^{1,2}, A.A. Pukhov^{*1}

¹ Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of RAS, Moscow, Russia

² Dukhov Research Institute of Automatics (VNIIA), Moscow, Russia

* pukhov@mail.ru

Abstract

The nature of Raman laser pumping is not related to the excitation of any levels of the electron subsystem of Raman-active molecules filling the laser resonator. In fact, amplification occurs due to the nonlinear interaction of Raman-active molecules with two coherent electromagnetic wave fields, the pump wave field and the resonator mode field. Such a pumping mechanism does not require the creation of an inverse population of any levels of the molecule. The operation of a Raman laser can be described classically within the framework of nonlinear optics as a generator with coherent pumping. The conditions for the emergence of a coherent component at the resonator frequency, necessary for turning on the Raman amplification mechanism, are discussed.

Key words: Raman scattering, Purcell effect, spontaneous and stimulated emission, virtual levels
