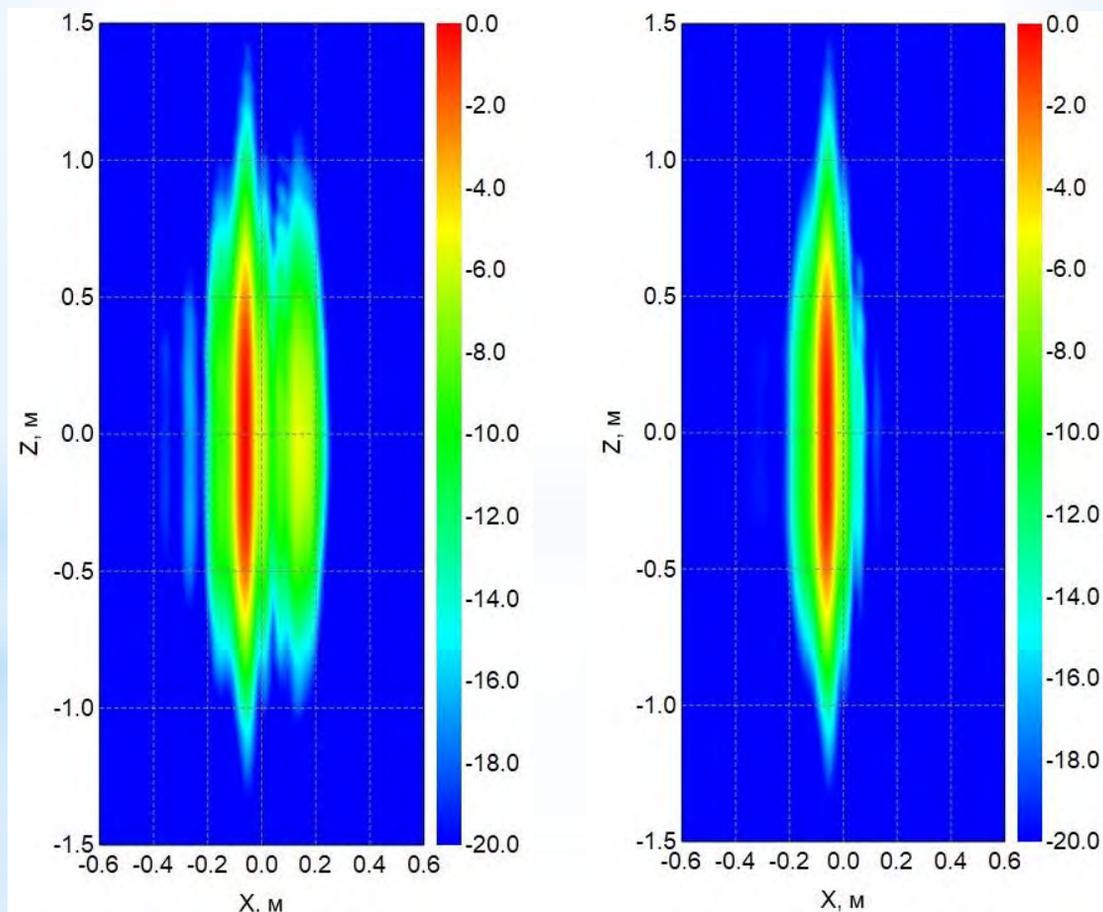




СОВРЕМЕННАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

научный рецензируемый журнал



ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОБЪЕКТА С МОНОРЕЛЬСОМ ТАЛИ
НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЕГО ЭПР

Н. П. Балабуха, А. С. Зубов, Н. Л. Меньших, В. С. Солосин

2024

№ 2 (10)

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт теоретической и прикладной электродинамики
Российской академии наук

Журнал основан в 2022 году

Выпуск № 2 (10)

Современная электродинамика

научный рецензируемый журнал

Под редакцией академика РАН А.Н. Лагарькова

Москва, 2024

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук

ISSN 2949-0553

Современная электродинамика

Научный рецензируемый журнал. Издаётся с октября 2022 года.

Выходит один раз в два месяца.

№ 2 (10)

2024

Главный редактор академик РАН А.Н.Лагарьков

Редакционная коллегия: к.т.н. Н.П. Балабуха, к.т.н. К.М. Басков, д.ф.-м.н. А.П. Виноградов, д.ф.-м.н. А.А. Дорофеенко, д.ф.-м.н. В.Н. Кисель, к.ф.-м.н. К.И. Кугель, д.ф.-м.н. А.М. Мерзликин, д.ф.-м.н. А.А. Пухов, д.ф.-м.н. А.Л. Рахманов, д.ф.-м.н. А.В. Рожков, д.ф.-м.н. К.Н. Розанов, к.т.н. И.А. Рыжиков, д.ф.-м.н. А.К. Сарычев, к.ф.-м.н. В.С. Солосин

Адрес редакции:

125412, г. Москва, ул. Ижорская, д.13, стр. 6

тел., факс 8 (495) 484-26-33

эл.почта electrodynamics@mail.ru

Зав. редакцией Е.В. Зеневич

Компьютерная вёрстка: Е.В. Зеневич

Свидетельство о регистрации Эл № ФС77-83666 от 26.07.2022 г.

Подписано в печать 21.05.2024. Тираж 30 экз.

© ИТПЭ РАН, 2024

Содержание номера

1	Теоретическая электродинамика	4
	Игнатов А.И. ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОДНЫЙ МОДУЛЯТОР НА ОС- НОВЕ ВЫРОЖДЕННОЙ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ	4
	Пузько Р.С., Мерзликин А.М. ЭФФЕКТИВНЫЙ ВОЛНОВОЙ ВЕКТОР ИЗЛУЧЕНИЯ В ДВУМЕР- НОМ ДВУХКОМПОНЕНТНОМ КОМПОЗИТЕ	11
	Рожков А.В., Сбойчаков А.О. УПОРЯДОЧЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ В МОДЕЛИ АА ГРАФЕНА С ГРУППОЙ СИММЕТРИЙ $SU(4)$	18
2	Вопросы экспериментальной электродинамики	23
	Балабуха Н.П., Зубов А.С., Меньших Н.Л., Солосин В.С. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОБЪЕКТА С МОНО- РЕЛЬСОМ ТАЛИ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЕГО ЭПР	23

ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОДНЫЙ МОДУЛЯТОР НА ОСНОВЕ ВЫРОЖДЕННОЙ ЗАПРЕЩЕННОЙ ЗОНЫ

А.И. Игнатов * ¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 12.02.2024

Одобрена после рецензирования 11.04.2024

Принята к публикации 21.05.2024

Аннотация

Предложен оптический управляемый амплитудный модулятор (затвор) на основе периодически гофрированного двухмодового волновода из электрооптического материала. В таком волноводе при наличии электрооптического эффекта Поккельса возможна гибридизация двух волноводных мод и в результате возникновение в определенном диапазоне частот запрещенной зоны, вырожденной по поляризации волноводной моды (так называемой вырожденной запрещенной зоны, или внутриволноводной запрещенной зоны). Для примера планарного волновода из материала с характеристиками, близкими к ниобату лития, с синусоидальной гофрированной верхней поверхностью численно рассчитаны характеристики вырожденной запрещенной зоны. Показано, что запрещенная зона формируется одновременно для обеих волноводных мод. При этом вне запрещенной зоны коэффициент прохождения волны через модулятор для поляризации, совпадающей с поляризацией падающей волны, более 90% по мощности, тогда как коэффициент прохождения в кросс-поляризацию менее 0,1% по мощности при наличии гибридизации мод во всем диапазоне частот в окрестности запрещенной зоны. В запрещенной зоне основное отражение осуществляется в кросс-поляризацию (более 95% по мощности), тогда как отражение в поляризацию, соответствующую поляризации падающей волны, составляет менее 2% по мощности во всем диапазоне частот в окрестности запрещенной зоны. Оцениваемая эффективность предлагаемого модулятора (произведение электрического напряжения, обеспечивающего электрооптический эффект, на длину волновода, на которой коэффициент прохождения падает ниже 10% по мощности) составляет около 2 В·см, что соответствует характерной эффективности интегрированных волноводных электрооптических модуляторов, представленных в литературе.

Ключевые слова: Электрооптический модулятор, эффект Поккельса, вырожденная запрещенная зона, гофрированный волновод, вращение поляризации

EDN EXMJRJ

doi:10.24412/2949-0553-2024-210-04-10

Введение

В настоящее время интегральная волноводная оптика является бурно развивающимся научно-техническим направлением, имеющим широкий спектр приложений в телекоммуникациях и передаче данных в дата-центрах [1, 2], в лидарах для управления амплитудой и направленностью лазерного луча [3], в оптических вычислениях на чипе [4, 5]. Во всех этих приложениях в качестве одного из основных элементов используются управляемые волноводные амплитудные модуляторы, позволяющие управлять амплитудой проходящего по волноводу светового сигнала. Работа оптических модуляторов может быть основана на различных физических эффектах, таких как термооптический эффект в материале волновода [6], изменение концентрации носителей заряда в материале волновода [7], электрооптический эффект Поккельса [8], магнитооптические эффекты Фарадея и Керра, эффект Франца-Келдыша и др. Модуляторы на основе электрооптического эффекта Поккельса являются одними из наиболее быстрых, имеющих низкое энергопотребление на одно переключение из открытого в закрытое состояние, а также имеющих низкие потери сигнала в открытом состоянии (кроме плазмонных электрооптических модуляторов) [8]. Оптические волноводные модуляторы могут создаваться на основе различных оптических

* Автор, ответственный за переписку: Антон Игоревич Игнатов, ignatovtoha@inbox.ru

схем, таких как однопроходная схема, схема на основе волноводного интерферометра Маха-Зендера, схема на основе кольцевого волноводного резонатора, а также схема на основе периодически гофрированного волновода с запрещенной зоной. В настоящей работе будет предложен и теоретически изучен электрооптический модулятор на основе эффекта Поккельса, работающий в схеме периодического волновода с вырожденной запрещенной зоной.

Периодические волноводы с вырожденной запрещенной зоной

В настоящей работе мы рассмотрим периодический волновод с вырожденной запрещенной зоной. В отличие от обычной запрещенной зоны, формирующейся на границе зоны Бриллюэна при условии $k_{Bl}D = \pi m$, где k_{Bl} - блоховское волновое число моды периодического волновода, D - период волновода, m - целое число, вырожденная запрещенная зона может формироваться внутри приведенной зоны Бриллюэна [9]. Для формирования вырожденной запрещенной зоны в волноводе необходимо существование минимум двух волноводных мод. При определенных условиях две волноводные моды гибридизуются, и в окрестности частоты, на которой пересекаются дисперсионные ветви двух волноводных мод в приведенной зоне Бриллюэна, формируется вырожденная запрещенная зона (см. Рис. 1) [9]. Данная запрещенная зона формируется одновременно для обеих мод (из-за чего и называется вырожденной) при условии

$$(k_{Bl1} + k_{Bl2})D = 2\pi m. \quad (1)$$

Это условие можно трактовать как условие конструктивной интерференции волны, отраженной от границы периода, и волны, прошедшей через период в одном направлении с волновым числом k_{Bl1} , затем отраженной назад и прошедшей через этот же период уже с волновым числом k_{Bl2} . Такое преобразование волнового числа волны при ее отражении от границы периода возможно при наличии гибридизации двух мод волновода.

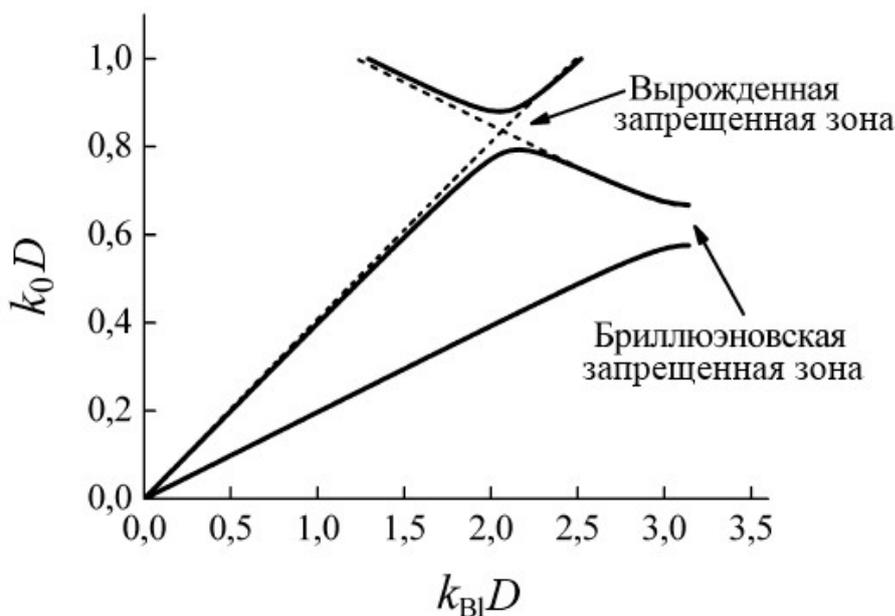


Рисунок 1 – Типичная картина дисперсионных зависимостей в приведенной зоне Бриллюэна. В отсутствие гибридизации двух мод дисперсионные зависимости показаны пунктирными линиями. На границе зоны Бриллюэна расположена запрещенная зона. При наличии гибридизации двух мод их дисперсионные зависимости показаны сплошными линиями. В окрестности точки пересечения дисперсионных зависимостей двух мод формируется запрещенная зона (вырожденная) одновременно для обеих мод внутри зоны Бриллюэна

Чтобы пояснить механизм такой гибридизации, рассмотрим, например, планарный периодический гофрированный волновод, изображенный на Рис. 2. Волна в таком волноводе распространяется вдоль оси x , волновод имеет бесконечную ширину в направлении оси z . В случае если тензор диэлектрической проницаемости материала волновода является диагональным, то в таком периодическом волноводе будут существовать две независимые волноводные моды с ортогональными поляризациями: ТЕ-мода (ее электрическое поле имеет только z -компоненту) и ТМ-мода (ее электрическое поле поляризовано в плоскости xy). Однако, если тензор диэлектрической проницаемости материала волновода будет иметь ненулевые компоненты ε_{yz} и ε_{zy} , то каждая из двух мод будет иметь все три ненулевые компоненты

электрического поля. Отражаясь от неоднородности, одна мода будет частично преобразовываться во вторую. Таким образом, если благодаря эффекту Поккельса тензор диэлектрической проницаемости материала волновода будет приобретать ненулевые значения ε_{yz} и ε_{zy} при наложении постоянного электрического поля (тогда как в нулевом внешнем поле $\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = 0$), то наложение внешнего электрического поля может приводить к формированию вырожденной запрещенной зоны и блокированию прохождения обеих мод через гофрированный волновод достаточно большой длины.

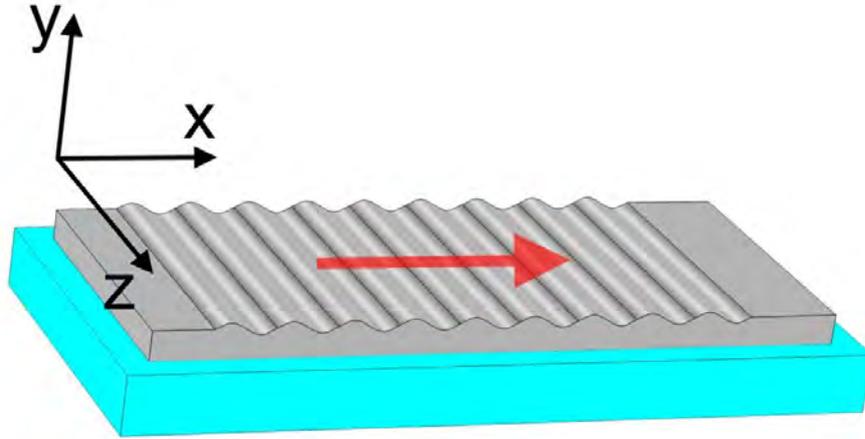


Рисунок 2 – Схема планарного волновода с синусоидально гофрированной поверхностью на подложке. Красная стрелка указывает направление распространения волноводной моды

Оптический модулятор на основе периодического гофрированного волновода из анизотропного электрооптического материала с вырожденной запрещенной зоной

В качестве примера волновода, в котором реализуется управляемая внешним электрическим полем вырожденная запрещенная зона, рассмотрим планарный гофрированный волновод из материала, по свойствам близкого к кристаллу ниобата лития LiNbO_3 [10]. Кристалл ниобата лития имеет тригональную $3m$ симметрию кристаллической решетки, при наложении электрического поля на него в определенных направлениях возможен поворот главных осей тензора диэлектрической проницаемости. Положим, что в отсутствие внешнего электрического поля тензор диэлектрической проницаемости имеет диагональный вид с компонентами $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 8.0$ (у ниобата лития в видимом диапазоне длин волн диагональные компоненты тензора имеют небольшую анизотропию и имеют значения около 5). Предположим, что оптическая ось кристалла перпендикулярна плоскости волновода (т.е. параллельна оси y , Рис. 2), а плоскость симметрии m кристалла параллельна плоскости yz . В этом случае при наложении постоянного электрического поля вдоль оси z тензор диэлектрической проницаемости приобретает ненулевые компоненты ε_{yz} и ε_{zy} , тогда как другие недиагональные компоненты ε_{xy} , ε_{yx} , ε_{xz} и ε_{zx} остаются равными нулю [10]. При включенном внешнем электрическом поле положим $\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy} = 0.4$ (данная величина недиагональной компоненты тензора диэлектрической проницаемости определяется линейным электрооптическим коэффициентом r_{51} , который в случае ниобата лития $r_{51} = 32,6 \cdot 10^{-12}$ м/В [10]), что в случае $\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_{zz} = 8.0$ и $r_{51} = 32,6 \cdot 10^{-12}$ м/В реализуется при величине постоянного электрического поля 200 В/мкм. В действительности при наложении электрического поля диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости также меняют значения, но эти изменения относительно невелики (около 1% при рассматриваемых величинах внешнего поля).

Рассмотрим планарный волновод из материала с описанными значениями компонент тензора диэлектрической проницаемости, окруженный сверху и снизу вакуумом. Пускай средняя толщина волновода составляет $d = 100$ нм, верхняя граница волновода гофрирована в форме синусоиды с амплитудой $a = 20$ нм и периодом $D = 250$ нм, а нижняя граница волновода является плоской, так что толщина волновода варьируется от 80 нм до 120 нм. В окрестности рабочей длины волны $\lambda = 798.5$ нм негофрированный волновод (с постоянной толщиной $d = 100$ нм) при включенном внешнем электрическом поле имеет две волноводные моды с эффективными показателями преломления, соответственно, $n_1 = 2,072$ и $n_2 = 1,13$ при $\lambda = 798.5$ нм (эффективные показатели преломления анизотропного планарного волновода вычислены с помощью Comsol Multiphysics). На данной длине волны выполняется условие (1) формирования вырожденной запрещенной зоны $(n_1 + n_2) D / \lambda = 1,003 \approx m = 1$. Далее приводятся рассчитанные с помощью Comsol Multiphysics частотные зависимости коэффициентов отражения и прохождения (по мощности) через участок гофрированного волновода во внешнем постоянном

электрическом поле, образованный N периодами (т.е. длина рассматриваемого модулятора составляет $L = ND$). Рассчитывались коэффициенты прохождения по мощности T_{11} , T_{22} , T_{21} , T_{12} . Первые два из них представляют собой коэффициенты прохождения в моду 1 (базовая) (соответственно, во вторую моду – 2) при падающей на модулятор волноводной моде 1 (соответственно, при падающей моде 2). Третий и четвертый коэффициенты представляют собой коэффициенты прохождения в кросс-поляризацию: коэффициент прохождения в моду 2 при падающей моде 1 (соответственно, в моду 1 при падающей моде 2). Также рассчитывались коэффициенты отражения по мощности R_{11} , R_{22} , R_{21} и R_{12} . Первые два из них представляют собой коэффициент отражения в моду 1 при падающей на модулятор моде 1 (соответственно, коэффициент отражения в моду 2 при падающей на модулятор моде 2). Третий и четвертый коэффициенты представляют собой коэффициенты отражения в кросс-поляризацию: коэффициент отражения в моду 2 при падающей моде 1 (соответственно, коэффициент отражения в моду 1 при падающей моде 2).

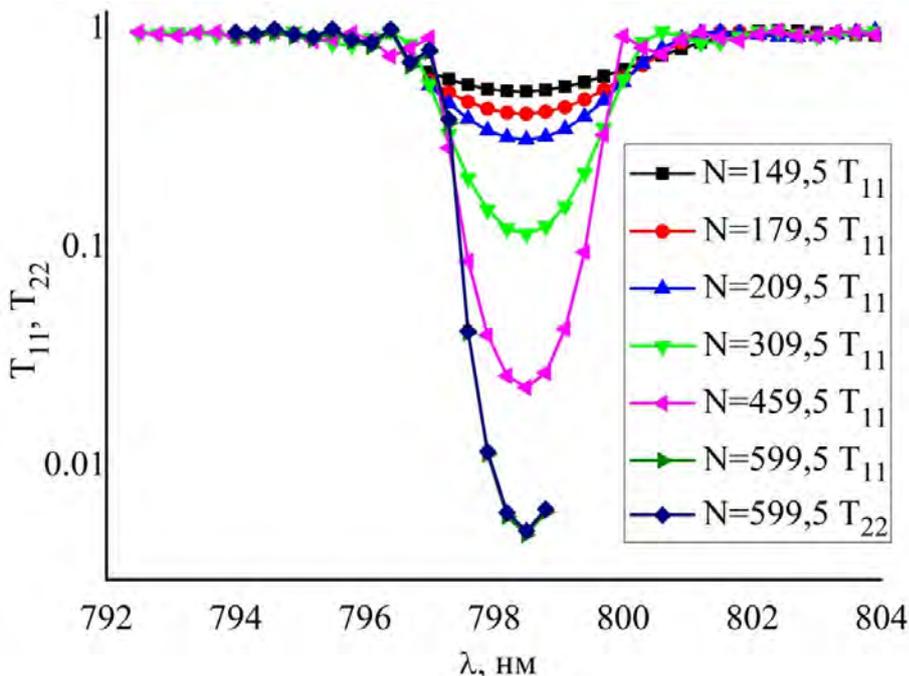


Рисунок 3 – Частотные зависимости коэффициентов прохождения T_{11} и T_{22} через модулятор с включенным внешним полем при разной длине модулятора (N – количество периодов гофра)

На рисунках 3 и 4 приведены частотные зависимости различных компонент коэффициентов прохождения через модулятор разной длины с включенным внешним электрическим полем. Видно, что в окрестности длины волны $\lambda = 798.5$ нм формируется вырожденная запрещенная зона, проявляющаяся в стремлении коэффициентов прохождения T_{11} и T_{22} к нулю с ростом длины модулятора. При $N = 599,5$ расчет сделан для обоих коэффициентов T_{11} и T_{22} : он показывает приближенное равенство этих коэффициентов прохождения, что подтверждает вырожденность запрещенной зоны. Видно также, что коэффициенты прохождения в кросс-поляризованную моду T_{21} , T_{12} составляют менее 0,1% во всем рассматриваемом диапазоне длин волн.

На рисунке 5 приведены частотные зависимости различных компонент коэффициентов отражения от модуляторов разной длины с включенным внешним электрическим полем. В окрестности длины волны $\lambda = 798.5$ нм коэффициенты отражения в кросс-поляризацию R_{21} и R_{12} близки к единице и равны друг другу. При этом коэффициенты отражения R_{11} и R_{22} в моду, соответствующую падающей моде, составляют менее 2% во всем рассматриваемом диапазоне длин волн.

Одной из важнейших характеристик модулятора является его эффективность. В случае амплитудного модулятора эффективность представляет собой произведение подаваемого на модулятор электрического напряжения на длину модулятора, на которой величина затухания волны достигает 10 дБ. При выбранных нами параметрах тензора диэлектрической проницаемости затухание сигнала в 10 дБ в центре вырожденной запрещенной зоны достигается при $N = 330$, т.е. при $L = 82,5$ мкм. Таким образом, при ширине волновода (расстоянии между электродами) порядка 1 мкм оценка эффективности модулятора составит $200 \text{ В} \cdot 82,5 \text{ мкм} = 1,7 \text{ В} \cdot \text{см}$, что соответствует характерной эффективности интегрированных волноводных электрооптических модуляторов, представленных в литературе [8].

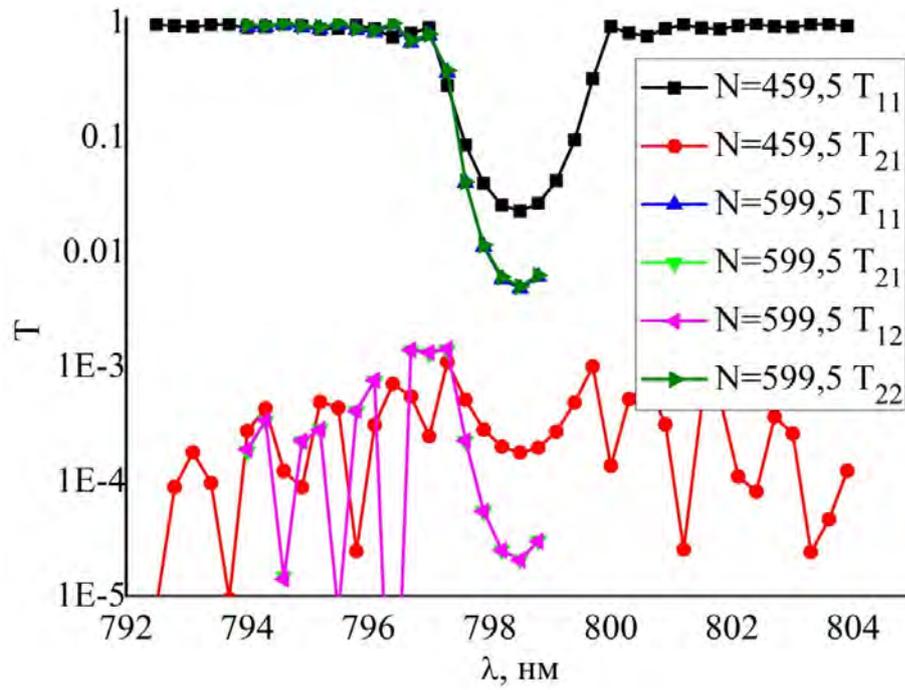


Рисунок 4 – Частотные зависимости различных коэффициентов прохождения T через модулятор с включенным внешним полем при разной длине модулятора N

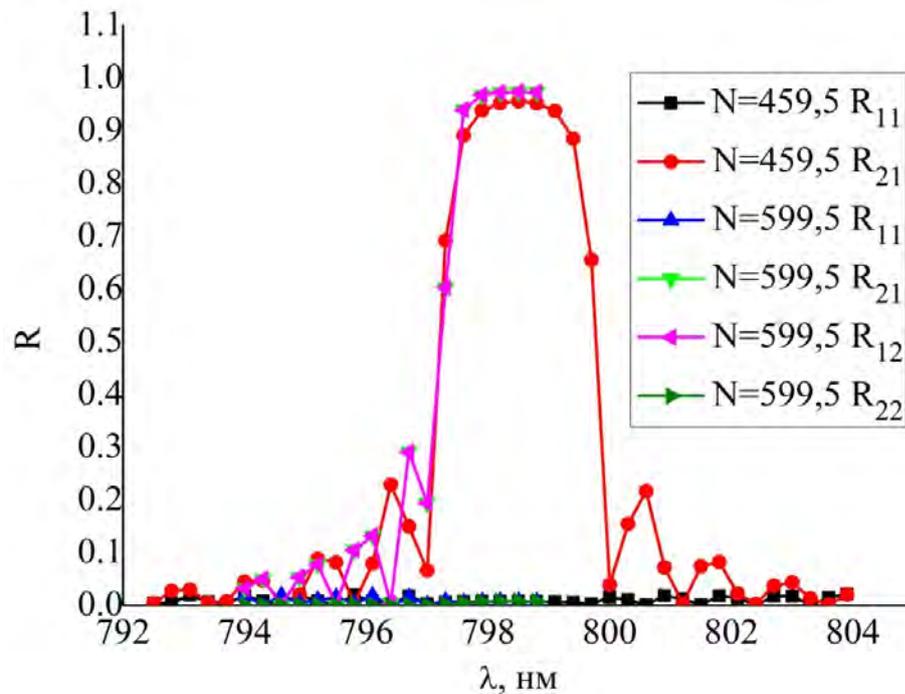


Рисунок 5 – Частотные зависимости различных коэффициентов отражения R от модулятора с включенным внешним полем при разной длине модулятора N

5. Заключение

Итак, нами был предложен и численно промоделирован электрооптический модулятор на базе периодически гофрированного планарного волновода с вырожденной запрещенной зоной. Предложенный модулятор может быть полезен для случая двухмодовых волноводов, когда требуется синхронная амплитудная модуляция коэффициента прохождения двух мод.

Оценка эффективности предложенного модулятора составила 2 В·см. Повышение эффективности возможно, например, путем некоторого увеличения амплитуды гофра либо путем использования других электрооптических материалов с более сильным эффектом Погкельса.

Описанный принцип создания амплитудного модулятора на базе периодического гофрированного волновода из анизотропного материала с вырожденной запрещенной зоной может быть также применен к волноводам из магнитооптических материалов (например, гранатов) в постоянном внешнем магнитном поле.

Список литературы

- [1] Doerr, C. R. Silicon photonic integration in telecommunications // *Front. in Physics*. – 2015. – Т. 3. – С. 37-52.
- [2] Chong Zhang and Bowers, J. E. Silicon photonic terabit/s network-on-chip for datacenter interconnection // *Optical Fiber Technol.* – 2018. – Т. 44. – С. 2-12.
- [3] Xiaochen Sun, Lingxuan Zhang, Qihao Zhang, and Wenfu Zhang. Si photonics for practical LiDAR solutions // *Appl. Sciences*. – 2019. – Т. 9. - №20. – 4225.
- [4] Shastri, B. J., Tait, A. N., Ferreira de Lima, T., Pernice, W. H. P., Bhaskaran, H., Wright, C. D. and Prucnal, P. R. Photonics for artificial intelligence and neuromorphic computing // *Nat. Photonics*. – 2021. – Т. 15. – С. 102-114.
- [5] Miscuglio, M. and Sorger, V. J. Photonic tensor cores for machine learning // *Appl. Phys. Rev.* - 2020. – Т. 7. – 031404.
- [6] Tu, X., Song, C., Huang, T., Chen, Z., & Fu, H. State of the art and perspectives on silicon photonic switches. // *Micromachines*. – 2019. – Т. 10. – №. 1. – С. 51-69.
- [7] Thomson, D. J., Gardes, F. Y., Fedeli, J. M., Zlatanovic, S., Hu, Y., Kuo, B. P. P., Myslivets, E., Alic, N., Radic, S., Mashanovich, G.Z., & Reed, G. T. 50-Gb/s silicon optical modulator // *IEEE Photonics Technology Letters*. – 2011. – Т. 24. – №. 4. – С. 234-236.
- [8] Wang, C., Zhang, M., Chen, X., Bertrand, M., Shams-Ansari, A., Chandrasekhar, S., et al. Integrated lithium niobate electro-optic modulators operating at CMOS-compatible voltages // *Nature*. – 2018. – Т. 562. – №. 7725. – С. 101-104.
- [9] Ignatov, A. I., Merzlikin, A. M., Levy, M., & Vinogradov, A. P. Formation of degenerate band gaps in layered systems // *Materials*. – 2012. – Т. 5. – №. 6. – С. 1055-1083.
- [10] Оптические волны в кристаллах / А. Ярив, П. Юх; пер. с англ. С.Г. Кривошлыкова, Н.И. Петрова. – М.: Мир, 1987. – 616 с.

ELECTROOPTIC WAVEGUIDE MODULATOR BASED ON A DEGENERATE BAND GAP

A.I. Ignatov*¹

¹ Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of RAS, Moscow, Russia

* ignatovtoha@inbox.ru

Abstract

A tunable optical amplitude modulator (gate) based on a periodically corrugated two-mode waveguide made of electrooptic material is proposed. In such a waveguide, in the presence of the electrooptic Pockels effect, hybridization of the two waveguide modes and, as a result, formation of a band gap in a certain frequency range degenerate to the polarization of the waveguide mode (the so-called degenerate band gap or intra-Brillouin band gap) can be realized. For the example of a planar waveguide with a sinusoidal corrugated top surface made of a lithium niobate-like material, the characteristics of the degenerate band gap have been numerically calculated. It has been shown that the band gap was formed simultaneously for both waveguide modes. Moreover, outside the band gap, the transmission coefficient of the wave through the modulator for the polarization coinciding with the polarization of the incident wave was more than 90% by power, while the transmission coefficient for the cross-polarization was less than 0,1% by power in the presence of the mode hybridization over the entire frequency range in the vicinity of the band gap. Inside the band gap, the main reflection occurs into the cross-polarization (more than 95% by power), while the reflection into the polarization corresponding to the polarization of the incident wave was less than 2% by power over the entire frequency range in the vicinity of the band gap. The estimated efficiency of the proposed modulator (the electrical voltage providing the electrooptic effect times the waveguide length for which the transmission coefficient becomes less 10% by power) was about $2 \text{ V} \cdot \text{cm}$, which corresponds to the typical efficiency values for integrated waveguide electrooptic modulators presented in the literature.

Key words: Electrooptic modulator, Pockels effect, degenerate band gap, corrugated waveguide, polarization rotation

ЭФФЕКТИВНЫЙ ВОЛНОВОЙ ВЕКТОР ИЗЛУЧЕНИЯ В ДВУМЕРНОМ ДВУХКОМПОНЕНТНОМ КОМПОЗИТЕ

Р.С. Пузько *¹, А.М. Мерзликин¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 12.02.2024

Одобрена после рецензирования 06.04.2024

Принята к публикации 21.05.2024

Аннотация

Исследован эффективный волновой вектор излучения, распространяющегося в двумерном композите из двух компонент, расположенных в шахматном порядке. Показано, что в длинноволновом пределе эффективный волновой вектор сходится к электростатическому решению для статистически симметричного двухкомпонентного композита.

Ключевые слова: композитные материалы, теория гомогенизации

EDN DUAQBX

doi:[10.24412/2949-0553-2024-210-11-17](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2024-210-11-17)

Введение

Развитие технологии привело к созданию электродинамических композитных материалов – многокомпонентных структур с различными свойствами компонент. Структура и состав обеспечивают электродинамические свойства искусственных композитов, нехарактерные для однородных материалов [1]. Однако описание оптических свойств композитных образцов сопряжено с ресурсоемкими расчетами, сложностью анализа результатов численного эксперимента, неоднозначностью трактовки измерений. В связи с этим огромное значение для развития современной электродинамики получила задача гомогенизации уравнений Максвелла [2, 3].

Задача гомогенизации заключается в построении процедуры усреднения уравнений Максвелла, в результате которой задача о рассеянии излучения на неоднородном образце заменяется задачей рассеяния на однородном образце. При этом материальные параметры, описывающие такой однородный образец, должны обеспечивать с заданной точностью такое же рассеянное поле, что и в исходной задаче. Данные параметры называют эффективными. Таким образом, эффективные параметры позволяют описать рассеяние света на структурированном образце без учета неоднородной микроскопической структуры.

Распространение излучения в неоднородном образце зависит от нескольких масштабов: размера образца (L), размера неоднородности (ξ) и длины волны (λ). Гомогенизация уравнений Максвелла должна явным образом учитывать многомасштабность задачи. Корректность вводимых эффективных параметров напрямую зависит от соотношения между масштабами [4]. Как правило, предполагается, что линейный размер L композитной системы достаточно велик, а характерный размер неоднородностей достаточно мал, чтобы композит можно считать однородным в макроскопическом смысле. При этом эффективные параметры, получаемые при гомогенизации уравнений Максвелла для образца конечного размера L , должны сходиться к постоянным значениям с ростом размера образца – это свойство называется самоусреднением.

Задача гомогенизации значительно различается в электростатике и электродинамике. В статике уравнения Максвелла разделяются на две независимые системы уравнений – на электрическое и магнитное поля. Поэтому в качестве эффективных параметров выступают эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости. Микроскопическое описание полей сводится к безразмерному уравнению

* Автор, ответственный за переписку: Роман Сергеевич Пузько, roman998@mail.ru

Лапласа. Благодаря этому для периодического композитного материала построена математически строгая теория G-конвергенции [5]. Кроме того, получены некоторые точные результаты: ограничения Хашина-Штрикмана [6] на значение эффективной диэлектрической проницаемости, решение Дыхне для двумерной смеси на пороге перколяции [7].

Решение Дыхне дает значение эффективной проводимости для статистически симметричной смеси двух компонент σ_1 и σ_2 : если композит в статистическом смысле не изменяется при замене первой компоненты на вторую и наоборот $\sigma_1 \leftrightarrow \sigma_2$, то эффективная проводимость $\sigma_{eff} = \sqrt{\sigma_1 \sigma_2}$ (аналогично и для диэлектрических проницаемостей). В силу симметрии системы относительно замены компонент их концентрации одинаковы $p_1 = p_2 = p_c = 0.5$, где p_c – порог перколяции для двумерной системы. Стоит отметить, что решение Дыхне получено с помощью аргумента о статистической симметрии в рамках электростатической задачи. При этом отсутствуют какие-либо оценки применимости этого решения за пределами электростатики. В то же время свойства системы на пороге перколяции значительно изменяются при возмущении параметров.

В электродинамике задача гомогенизации значительно отличается от случая электростатики: электрическое и магнитное поля связаны. В [8, 9] показано, что даже в длинноволновом пределе эффективные диэлектрическая и магнитная проницаемости не самоусредняются с ростом размера композита, т.е. они не могут выступать в роли эффективных параметров. Кроме того, задача гомогенизации в электродинамике становится многомасштабной: возникают дополнительные масштабы, связанные с длиной волны внутри компонент композита. Вследствие этого перестает работать теория G-конвергенции. Таким образом, возникает неопределенность даже в выборе эффективных параметров [8, 10].

Тем не менее для слоистых систем без поглощения показано, что вне зависимости от соотношения между толщиной слоя и длиной волны можно ввести самоусредняющийся эффективный волновой вектор [11, 12]. При этом эффективный волновой вектор удовлетворяет соотношениям вида Крамерса-Кронига, а его действительная и мнимая части имеют физическую интерпретацию [12]. Кроме того, в случае двумерного периодического композита показано [13], что эффективный волновой вектор в длинноволновом пределе сходится к статическому значению, получаемому из теории G-конвергенции $k_{eff} \rightarrow k_0 \sqrt{\epsilon_G}$.

Целью данной работы является численная проверка сходимости эффективного волнового вектора для электродинамической задачи в длинноволновом пределе к электростатическому решению Дыхне для случая «шахматного» композита.

«Шахматный» композит

В работе [7] рассмотрен двумерный композит, состоящий из двух компонент с различными электрофизическими свойствами. При этом статистически композит симметричен, т.е. замена компонент одна на другую не приводит к статистическим изменениям пространственного распределения электрофизических свойств. Заменяем переменные в уравнениях Максвелла в статике: от полей \vec{E} и \vec{D} перейдем к полям

$$\begin{aligned} \vec{E}' &= [\vec{N} \times \vec{D}] / \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2} \\ \vec{D}' &= \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2} [\vec{N} \times \vec{E}], \end{aligned} \quad (1)$$

где \vec{N} – нормаль к плоскости композита. При этом вид статических уравнений Максвелла не изменится, а используемые в них константы ϵ_1 и ϵ_2 для компонент поменяются местами. В силу статистической симметрии относительно замены компонент для новой системы уравнений сохраняется эффективный параметр, т.е. для средних полей верно $\langle \vec{D} \rangle = \epsilon_{eff} \langle \vec{E} \rangle$ и $\langle \vec{D}' \rangle = \epsilon_{eff} \langle \vec{E}' \rangle$. В то же время замена (1) позволяет получить соотношение между средними полями $\langle \vec{D}' \rangle$, $\langle \vec{E}' \rangle$ из уравнения $\langle \vec{D} \rangle = \epsilon_{eff} \langle \vec{E} \rangle$, откуда следует

$$\epsilon_{eff}^{Dyhn} = \sqrt{\epsilon_1 \epsilon_2}. \quad (2)$$

Данное соотношение получено из строгого рассуждения в электростатике. Однако в электродинамике система уравнений Максвелла имеет более сложный вид, а эффективную диэлектрическую проницаемость некорректно вводить из-за её мезоскопических свойств [8, 9, 14]. Тем не менее может быть введен эффективный показатель преломления [12, 13], совпадающий в случае периодического композита с блоховским волновым вектором. В длинноволновом пределе эффективный волновой вектор сходится к значению, соответствующему предсказаниям G-конвергенции.

В данной работе рассмотрим сходимость эффективного волнового вектора – блоховского волнового вектора – к решению Дыхне (2) для двумерного композита, имеющего шахматную структуру (см. Рис. 1).

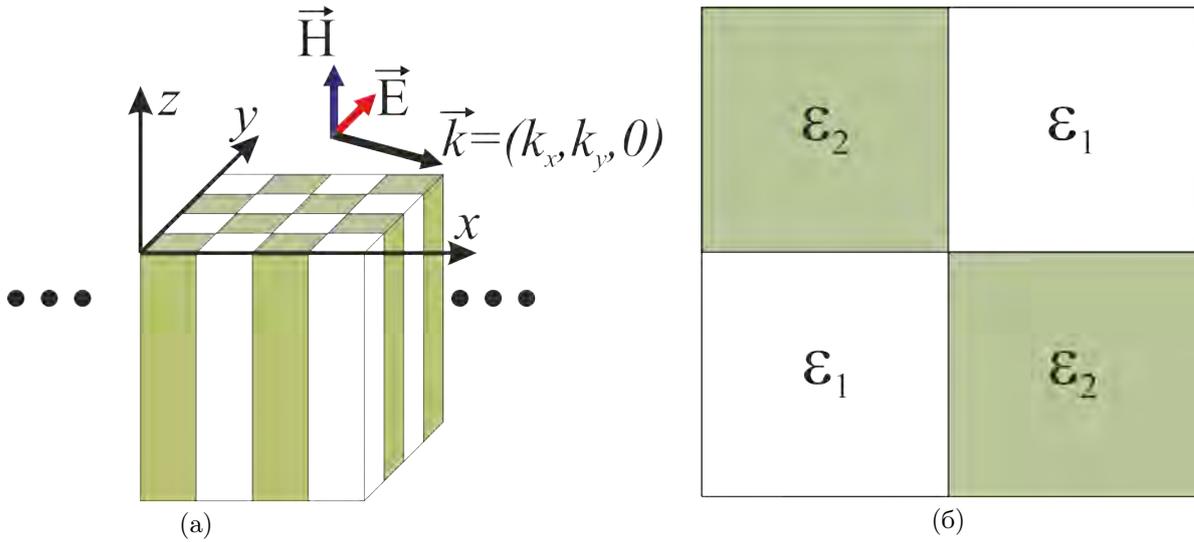


Рисунок 1 – (а) Симметричный композит из двух компонент, расположенных в шахматном порядке, и (б) рассматриваемый в расчетах период системы

При этом необходимо рассмотреть случай поляризации волны в плоскости композита, что соответствует формулировке задачи для электростатического решения Дыхне.

Эффективный волновой вектор

Рассмотрим систему уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} [\nabla \times \vec{E}] &= ik_0 \vec{H} \\ \frac{i}{k_0} \frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} [\nabla \times \vec{H}] &= \vec{E}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для рассматриваемой поляризации удобно перейти к уравнению на \vec{H} , поскольку при этом достаточно ограничиться решением скалярного уравнения на компоненту H_z (см. Рис. 1а)

$$\left[\nabla \times \frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} [\nabla \times \vec{H}] \right] = k_0^2 \vec{H}. \quad (4)$$

Используя свойство периодичности системы, разложим в ряд Фурье обратную к диэлектрической проницаемости величину

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} = \sum_{n_x, n_y} \tilde{\varepsilon}_{n_x, n_y}^{(-1)} \exp[i(G_x n_x x + G_y n_y y)], \quad (5)$$

где G_i – i -ая компонента вектора обратной решетки. Рассмотрим период композита, изображенный на Рис. 1б. Будем искать решение (4) в виде блоховской волны с волновым вектором $\vec{k}(k_x; k_y; 0)$:

$$\vec{H}(x, y) = \vec{e}_z H_{per}(x, y) \exp[i(k_x x + k_y y)], \quad (6)$$

где $H_{per}(x, y)$ – периодическая в плоскости композита функция

$$H_{per}(x, y) = \sum_{n_x, n_y} H_{n_x, n_y} \exp[i(G_x n_x x + G_y n_y y)]. \quad (7)$$

После подстановки (6), (7) в (4) получаем систему уравнений

$$\sum_{n'_x, n'_y} H_{n'_x, n'_y} \tilde{\varepsilon}_{n_x - n'_x, n_y - n'_y}^{(-1)} \{ (k_x + G_x n'_x)(k_x + G_x n_x) + (k_y + G_y n'_y)(k_y + G_y n_y) \} = k_0^2 H_{n_x, n_y}. \quad (8)$$

В дальнейшем будем полагать $G_x = G_y = G$. Расчет эффективного волнового вектора \vec{k} будем проводить путем численного поиска нулей определителя системы уравнений (8). Для получения численного решения будем использовать конечное число гармоник Фурье разложения: $2R_{max} + 1$ гармоник вдоль каждой из осей, где R_{max} – параметр отсечки. Для обращения матрицы уравнения (8) используем метод LU -факторизации.

Эффективный волновой вектор «шахматного» композита в длинноволновом пределе

В дальнейших расчетах положим постоянной длину волны, а период системы будем варьировать. В длинноволновой области для «шахматного» композита изочастота имеет вид окружности (см. Рис. 2). Радиус окружности $k_{eff} = k_0 n_{eff}$ соответствует эффективному волновому вектору.

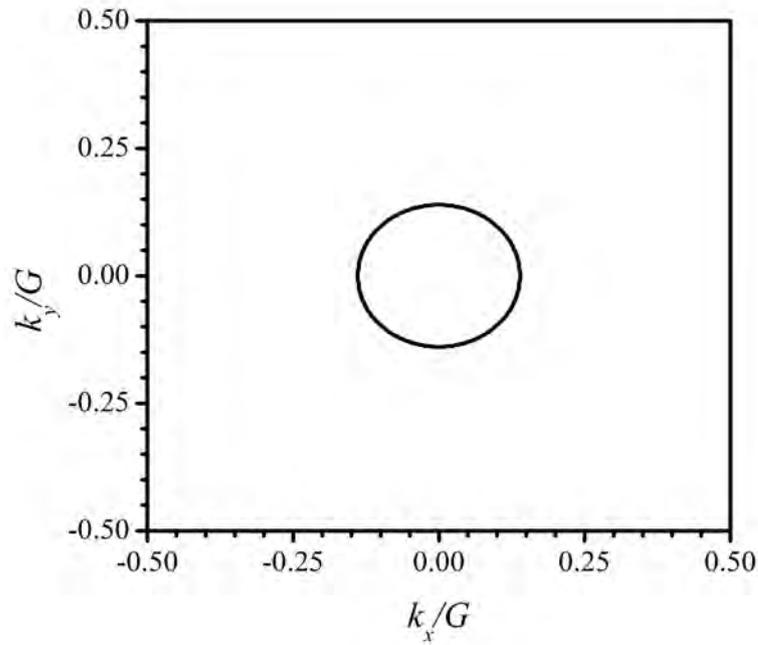


Рисунок 2 – Изочастота для двумерного периодического композита с диэлектрическими проницаемостями компонент $\epsilon_1 = 1$, $\epsilon_2 = 4$, $k_0 = 0.1G$

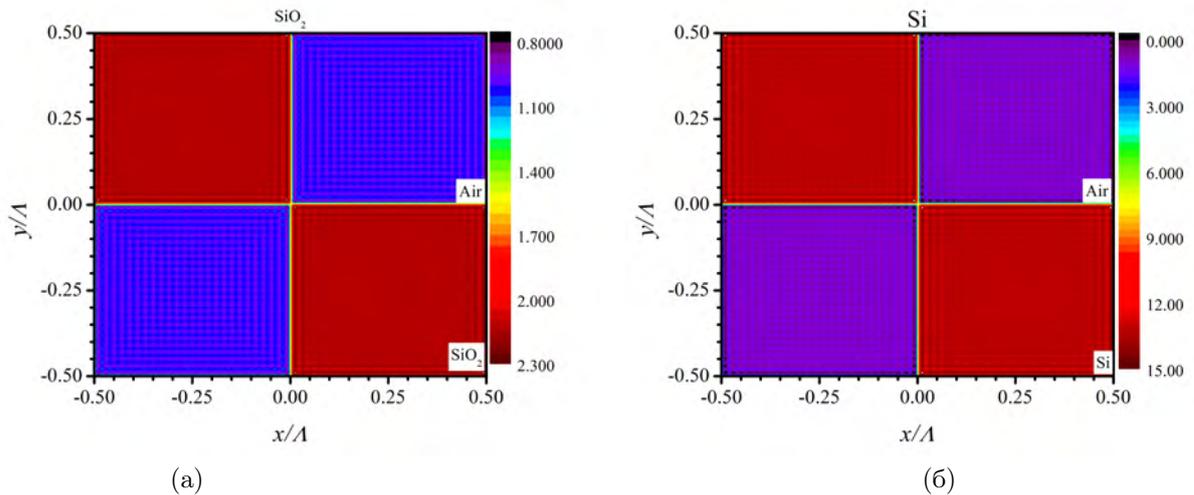


Рисунок 3 – Распределение диэлектрической проницаемости в периоде для композита из (а) SiO_2 и (б) Si , восстановленные из Фурье-образа при $R_{max} = 50$, $k_0 = 0.001G$

В качестве композитов далее рассмотрим «шахматные» структуры, в которых в качестве компонент выступают воздух ($\epsilon_1 = 1$) и SiO_2/Si ($\epsilon_2 = 2.13$ или $\epsilon_2 = 13.22$ соответственно). При численном решении уравнения (8) приходится обрезать максимальный порядок в разложении Фурье, что приводит к дополнительной неточности в расчетах помимо численной ошибки. В расчетах использовалось до $2R_{max} + 1 = 101$ гармоники вдоль каждой из осей. На Рис. 3 представлены восстановленные из Фурье-образов при $R_{max} = 50$ распределения диэлектрической проницаемости. Стоит отметить, что с ростом отсечки R_{max} происходит довольно медленное убывание Фурье-образа величины (5): $\tilde{\epsilon}_{n_x, n_y}^{(-1)} \sim 1/n_x n_y$, что затрудняет повышение точности расчета путем повышения отсечки R_{max} . Тем не

менее при $R_{max} = 50$ для Фурье-образа диэлектрической проницаемости наблюдается хорошее соответствие с исходным распределением диэлектрической проницаемости. Подобная картина наблюдается и для обратной к $\varepsilon(\vec{r})$ величины, используемой в расчетах.

В длинноволновом пределе эффективный показатель преломления n_{eff} сходится к постоянной величине (см. Рис. 4). Таким образом, для проверки сходимости эффективного волнового вектора к $k_0\sqrt{\varepsilon_{eff}^{Dyhne}}$ необходимо установить значение соответствующей постоянной величины.

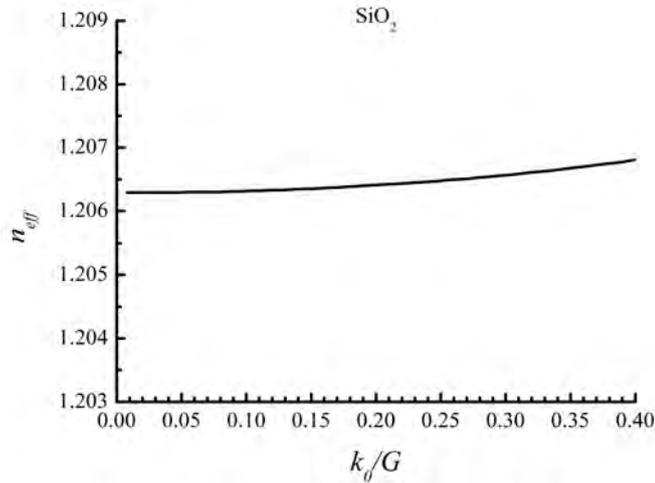


Рисунок 4 – Зависимость эффективного волнового вектора от периода композита $SiO_2/воздух$. Параметр отсечки в расчетах $R_{max} = 20$

На Рис. 5 представлено значение Δn отклонения эффективного показателя преломления от $\sqrt{\varepsilon_{eff}^{Dyhne}}$ для композитов $SiO_2/воздух$ и $Si/воздух$ с ростом величины отсечки R_{max} . Полученные значения Δn с хорошей точностью соответствуют степенному закону убывания. Стоит отметить, что величина Δn заметно больше в случае $Si/воздух$, поскольку для этого композита заметно больше контраст диэлектрической проницаемости компонент, а значит и соответствующие величины $\varepsilon_{n_x, n_y}^{(-1)}$. Результаты, представленные на Рис. 5, подтверждают сходимость эффективного показателя преломления к решению Дыхне.

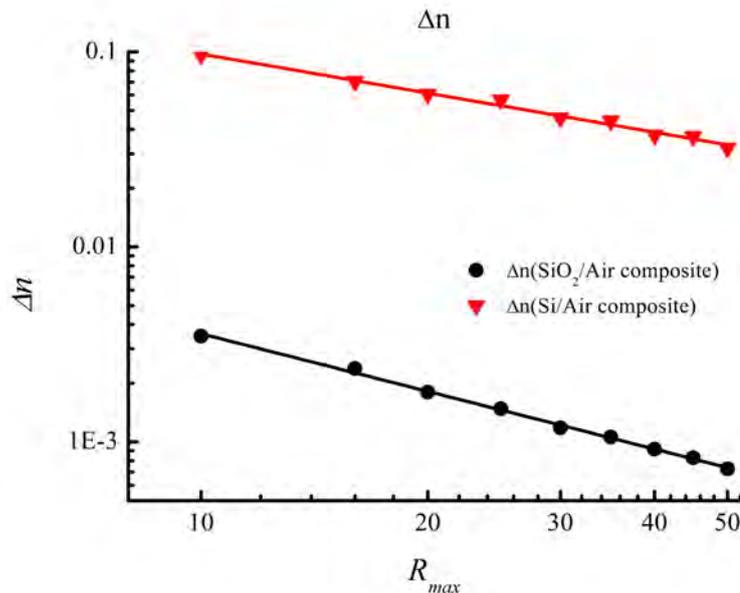


Рисунок 5 – Отличие эффективного показателя преломления от решения Дыхне для композита $SiO_2/воздух$ (черный) и $Si/воздух$ (красный) в зависимости от точности расчета (количества гармоник Фурье-образа). R_{max} – величина отсечки для Фурье-образа вдоль каждой из осей. $k_0 = 0.001G$

5. Заключение

Для композита, статистически симметричного относительно замены компонент, известно классическое решение Дыхне для величины эффективной проводимости/диэлектрической проницаемости. Однако данное решение получено в электростатике на основе аргументов о симметрии задачи. При этом решение Дыхне формально должно давать правильное значение эффективного электростатического параметра «шахматных» композитов – структур, образованных двумя компонентами в шахматном порядке. Вне электростатики отсутствуют какие-либо оценки применимости решения Дыхне, что важно в связи с перколяционными свойствами композита.

В работе исследован эффективный волновой вектор излучения, распространяющегося в периодическом двумерном композите. Эффективный волновой вектор, в отличие от эффективной диэлектрической проницаемости, может быть введен за пределами электростатики [11–13]. Более того, в длинноволновом пределе эффективный волновой вектор сходится для периодической системы к значению электростатической теории G конвергенции [13]. В этой работе на основе численного эксперимента показано, что для «шахматного» композита эффективный волновой вектор сходится в длинноволновом пределе к решению Дыхне.

Список литературы

- [1] Shadrivov, Ilya V., Lapine, Mikhail, Kivshar Y.S. *Nonlinear, Tunable and Active Metamaterials*. 2015. 324 p.
- [2] Chipouline A., Simovski C., Tretyakov S. Basics of averaging of the Maxwell equations for bulk materials // *Metamaterials*. 2012. Vol. 6, № 3–4. P. 77–120.
- [3] Vinogradov A.P., Merzlikin A.M. Comment on “Basics of averaging of the Maxwell equations for bulk materials” // *Metamaterials*. 2012. Vol. 6, № 3–4. P. 121–125.
- [4] Ludwig A., Webb K.J. Accuracy of effective medium parameter extraction procedures for optical metamaterials // *Phys Rev B*. 2010. Vol. 81, № 11. P. 113103.
- [5] Санчес-Паленсия Э. Неоднородные среды и теория колебаний / ed. Олейник О.А. Москва: Мир, 1984. 472 p.
- [6] Markel V.A. Introduction to the Maxwell Garnett approximation: tutorial // *Journal of the Optical Society of America A*. 2016. Vol. 33, № 7. P. 1244.
- [7] Дыхне А.М. Проводимость двумерной двухфазной системы // *ЖЭТФ*. 1970. Vol. 59, № 7. P. 110–115.
- [8] Vinogradov A.P., Merzlikin A.M. On Electrodynamics of One-Dimensional Heterogeneous System Beyond Homogenization Approximation // *Advances in Electromagnetics of Complex Media and Metamaterials*. Dordrecht: Springer Netherlands, 2002. P. 341–361.
- [9] Виноградов А.П., Мерзликин А.М. К вопросу о гомогенизации одномерных систем // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. 2002. Vol. 121, № 3. P. 565–572.
- [10] Vinogradov A.P. et al. Additional effective medium parameters for composite materials (excess surface currents) // *Opt Express*. 2011. Vol. 19, № 7. P. 6699.
- [11] Puzko R.S., Merzlikin A.M. Analytical properties of the effective refractive index // *Opt Commun*. 2017. Vol. 383. P. 323–329.
- [12] Merzlikin A.M., Puzko R.S. Homogenization of Maxwell’s equations in a layered system beyond the static approximation // *Sci Rep*. 2020. Vol. 10, № 1. P. 15783.
- [13] Rodionov S.A., Merzlikin A.M. Effective Refractive Index of 2D Porous Composite Materials // *Journal of Experimental and Theoretical Physics. Pleiades journals*, 2022. Vol. 134, № 5. P. 600–606.
- [14] Vinogradov A.P., Merzlikin A.M. Electromagnetic properties of super-lattice in the long wavelength regime // *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering* / ed. Lakhtakia A., Dewar G., McCall M.W. 2002. P. 307–316.

EFFECTIVE WAVE VECTOR OF RADIATION IN A TWO-DIMENSIONAL TWO-COMPONENT COMPOSITE MATERIAL

R.S. Puzko ^{*1}, A.M. Merzlikin¹

¹ Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of RAS, Moscow, Russia

* roman998@mail.ru

Abstract

The effective wave vector of radiation propagating through a two-dimensional two-component checkerboard composite material has been studied. It is shown that in the long-wavelength limit the effective wave vector converges to the electrostatic solution for a statistically symmetric two-component composite.

Key words: composite material, homogenization theory

УПОРЯДОЧЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ В МОДЕЛИ АА ГРАФЕНА С ГРУППОЙ СИММЕТРИЙ SU(4)

А.В. Рожков *¹, А.О. Сбойчаков¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 15.05.2024

Одобрена после рецензирования 20.05.2024

Принята к публикации 21.05.2024

Аннотация

В работе мы обсуждаем классификацию упорядоченных состояний для модели двухслойного АА графена, основанную на матричной группе SU(4). Теория со столь широкой группой симметрий возникает из-за объединения спинового и т.н. долинного вырождений в широкий мультиплет, типичный для графена и других двумерных материалов на его основе. Мы описываем построение эффективной модели, демонстрирующей SU(4)-инвариантность, и намечаем этапы исследования полученного гамильтониана на основе метода среднего поля. Упорядоченные состояния такой системы описываются единым SU(4)-инвариантным уравнением самосогласования. Мы явно сконструируем три различных класса решений выведенного уравнения самосогласования, а также обобщим имеющуюся в литературе топологическую схему классификации упорядоченных фаз на случай двухслойного АА графена.

Ключевые слова: двухслойный АА графен, упорядоченное состояние, группа SU(4)

EDN DOKXRI

doi:[10.24412/2949-0553-2024-210-18-22](https://doi.org/10.24412/2949-0553-2024-210-18-22)

1. Введение

Данная статья посвящена теоретическому исследованию электронной жидкости двухслойного АА-графена (АА-Г). Конкретный вопрос, который мы хотели бы рассмотреть, – это проблема классификации низкотемпературных несверхпроводящих упорядоченных состояний АА-Г. Как мы увидим, изучаемая система обладает значительным набором таких состояний, и в такой ситуации задача классификации стоит весьма остро. Кроме этого, исследование относительно простого АА-Г может помочь нам распространить предлагаемый подход на другие типы порядков (в частности, сверхпроводящие) и другие типы систем, таких как подкрученные двухслойки и двухслойный АБ графен. В данной статье мы изложим лишь основные технические идеи подхода. Дополнительные подробности можно почерпнуть в работе [1].

2. Описание системы и одночастичной модели

Мы исследуем возможные упорядоченные состояния двухслойного графена с АА упаковкой. Кристаллическая структура этого материала изображена на Рис. 1. Гамильтониан сильной связи для такой кристаллической структуры имеет следующий вид

$$\hat{H}_0 = -t \sum_{\langle \mathbf{mn} \rangle l \sigma} \left(\hat{d}_{\mathbf{m}lA\sigma}^\dagger \hat{d}_{\mathbf{n}lB\sigma} + \text{h.c.} \right) - t_0 \sum_{\mathbf{n}a\sigma} \left(\hat{d}_{\mathbf{n}1a\sigma}^\dagger \hat{d}_{\mathbf{n}2a\sigma} + \text{h.c.} \right). \quad (1)$$

В данном выражении $\hat{d}_{\mathbf{n}l\sigma}^\dagger$ и $\hat{d}_{\mathbf{n}l\sigma}$ – операторы рождения и уничтожения электрона со спином σ в слое $l = 1, 2$ на подрешетке $a = A, B$ в элементарной ячейке \mathbf{n} . Запись $\langle \mathbf{mn} \rangle$ обозначает, что узел подрешетки A в элементарной ячейке \mathbf{m} и узел подрешетки B в элементарной ячейке \mathbf{n} образуют пару ближайших соседей. Амплитуда $t = 2,7 \text{ эВ}$ ($t_0 = 0,35 \text{ эВ}$) в ур. (1) описывает перескок на ближайшие атомы внутри (между) слоями.

* Автор, ответственный за переписку: Александр Владимирович Рожков, alex.vl.rozhkov@yandex.ru

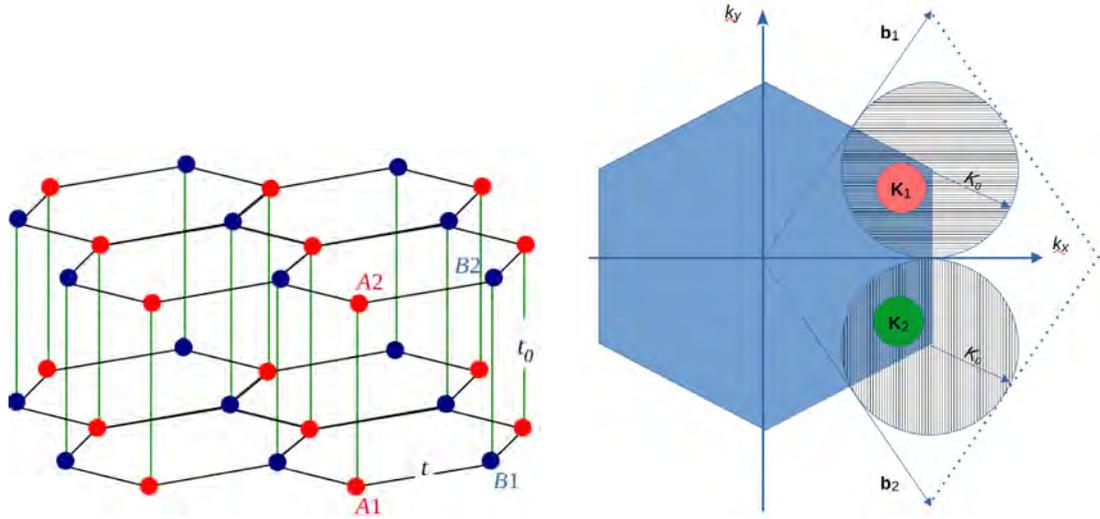


Рисунок 1 – Слева – кристаллическая структура АА-Г. Видны два слоя графена, уложенные один на другой так, что над каждым атомом нижнего слоя находится один атом верхнего слоя. Элементарная ячейка состоит из четырех атомов, обозначенных $A1$, $B1$, $A2$ и $B2$. Амплитуда внутрислоевого перескока обозначена t , а t_0 обозначает амплитуду межслоевого перескока. Справа – зона Бриллюэна (голубой шестиугольник) и элементарная ячейка Вигнера-Зейца (ромб) для АА-Г. Показаны элементарные вектора обратной решетки $\mathbf{b}_{1,2}$. Символы $\mathbf{K}_{1,2}$ отмечают точки Дирака (углы зоны Бриллюэна). Долины вокруг каждой точки Дирака заштрихованы.

Известно, что данный тип двухслойного графена обладает так называемым идеальным нестингом: в каждой долине имеется один электронный лист поверхности Ферми (ПФ), а также почти точно совпадающий с ним дырочный лист ПФ. Чтобы доказать это, необходимо диагонализировать гамильтониан (1). В результате можно получить следующую форму гамильтониана:

$$\hat{H}_0 = \sum_{\mathbf{k}s\sigma} \epsilon_{\mathbf{k}}^{(s)} \hat{\gamma}_{\mathbf{k}s\sigma}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{k}s\sigma}. \quad (2)$$

В этой формуле зонные энергии $\epsilon_{\mathbf{k}}^{(s)}$ равны

$$\epsilon_{\mathbf{k}}^{(1)} = -t_0 - t|f_{\mathbf{k}}|, \quad \epsilon_{\mathbf{k}}^{(2)} = -t_0 + t|f_{\mathbf{k}}|, \quad \epsilon_{\mathbf{k}}^{(3)} = +t_0 - t|f_{\mathbf{k}}|, \quad \epsilon_{\mathbf{k}}^{(4)} = +t_0 + t|f_{\mathbf{k}}|, \quad (3)$$

где функция $f_{\mathbf{k}} = 1 + 2 \exp(3ik_x a_0/2) \cos(\sqrt{3}k_y a_0/2)$ задается через расстояние между ближайшими атомами углерода a_0 . Опираясь на хорошо известные свойства функции f , несложно установить, что зоны $\epsilon_{\mathbf{k}}^{(2,3)}$ доходят до уровня Ферми $\epsilon_F = 0$, при этом возникшая поверхность Ферми (ПФ) задается уравнением $v_F|\mathbf{q}| = t_0$, где $\mathbf{q} = \mathbf{K}_{1,2} - \mathbf{k}$, а скорость Ферми равна $v_F = 3a_0t/2$. Здесь важно отметить, что уравнение на ПФ (i) не зависит от номера зоны, а также (ii) не зависит от номера точки Дирака. Обстоятельство (i) прямо указывает на нестинг ПФ в нашей модели АА-Г. Что касается (ii), данное свойство является проявлением т.н. долинного вырождения, постоянно возникающего в графене и материалах на его основе. Формально долинное вырождение может быть выражено в виде формулы

$$\epsilon_{\mathbf{k}}^{(s)} \approx (-1)^s (v_F|\mathbf{q}| - t_0), \quad (4)$$

верной для зон $s = 2, 3$ вблизи обеих точек Дирака.

3. SU(4)-инвариантная модель

Нестинг делает систему восприимчивой к диэлектрическим неустойчивостям разного вида. Из-за восьмикратного вырождения ПФ (двукратное вырождение по спину, по зоне и по точке Дирака) количество упорядоченных состояний может быть велико. В такой ситуации возникает вопрос о возможности классификации упорядоченных фаз. Мы предлагаем схему такой классификации на основе группы симметрий SU(4). Оказывается, что при некоторых предположениях группа симметрий гамильтониана включает в себя матричную группу SU(4), действующую в четырехмерном спин-долинном пространстве. Подобную модель мы сконструируем, упрощая гамильтониан (2) так, чтобы новый (эффективный) гамильтониан учитывал долинное вырождение как свою явную симметрию. С этой целью рассмотрим гамильтониан вида:

$$\hat{H}_0 \approx \sum_{s=2,3, |\mathbf{k}| < K_0} (-1)^s (v_F|\mathbf{k}| - t_0) \sum_{\xi\sigma} \hat{\gamma}_{\mathbf{k}s\xi\sigma}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{k}s\xi\sigma}, \quad (5)$$

где мы ввели долинный индекс ξ , принимающий значения $\xi = \mathbf{K}_1$ или $\xi = \mathbf{K}_2$. Геометрическое построение, вводящее долины в обратном пространстве, представлено справа на Рис. 1. Таким образом, при $\xi = \mathbf{K}_1$ оператор $\hat{\gamma}_{\mathbf{k}s\xi\sigma}^\dagger$ рождает электрон в зоне s со спином σ и полным импульсом $\mathbf{K}_1 + \mathbf{k}$. Аналогично при $\xi = \mathbf{K}_2$ оператор $\hat{\gamma}_{\mathbf{k}s\xi\sigma}^\dagger$ рождает электрон в зоне s со спином σ и полным импульсом $\mathbf{K}_2 + \mathbf{k}$.

Для ясности и компактности обозначений удобно ввести мульти-индекс m , объединяющий индексы ξ и σ . Это позволяет упростить ур. (5), записав его таким образом:

$$\hat{H}_0 \approx \sum_{s=2,3,|\mathbf{k}|<K_0} (-1)^s (v_F |\mathbf{k}| - t_0) \sum_m \hat{\gamma}_{\mathbf{k}sm}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{k}sm}, \quad (6)$$

где суммирование по ξ и σ символически заменено на суммирование по m .

Такая запись позволяет явно продемонстрировать SU(4)-инвариантность рассматриваемой модели. С этой целью возьмем произвольную матрицу \hat{U} , принадлежащую группе SU(4): $\hat{U} \in \text{SU}(4)$. Обозначим ее матричные элементы как $u_{mm'}$ и введем следующее преобразование Боголюбова:

$$\hat{\gamma}_{\mathbf{k}sm} \rightarrow \sum_{m'} u_{mm'} \hat{\gamma}_{\mathbf{k}sm'}. \quad (7)$$

Легко проверить, что такое преобразование оставляет гамильтониан (6) неизменным. Мы доказали, что группа SU(4) входит в группу симметрий эффективной одночастичной модели АА-Г.

Теперь необходимо изучить вопрос об инвариантности гамильтониана взаимодействия относительно преобразований (7). В самом общем виде взаимодействие можно выразить так:

$$\hat{H}_{\text{int}} = \frac{1}{2N_c} \sum_{\mathbf{k}l'l'a'a'} V_{\mathbf{k}aa'}^{ll'} \hat{\rho}_{\mathbf{k}la} \hat{\rho}_{-\mathbf{k}l'a'}. \quad (8)$$

Вектор \mathbf{k} – передаваемый импульс, функция $V_{\mathbf{k}aa'}^{ll'}$ – фурье-образ потенциальной энергии $V_{aa'}^{ll'}(\mathbf{R})$, описывающей взаимодействие электрона в слое l на подрешетке a с другим электроном в слое l' на подрешетке a' . Оператор $\hat{\rho}_{\mathbf{k}la}$ – это компонента Фурье одноузлового оператора плотности частиц. Анализ показывает, что оператор взаимодействия \hat{H}_{int} самого общего вида не является инвариантным относительно преобразований (7). Однако, если допустить, что взаимодействие $V_{aa'}^{ll'}(\mathbf{R})$ является дальнедействующим, то можно показать, что неинвариантные члены малы. Инвариантная часть взаимодействия может быть записана как сумма трех слагаемых:

$$\hat{H}_{\text{int}}^{\text{eff}} = \hat{H}_{\text{dir}}^{\text{eff}} + \hat{H}_{\text{ex}}^{\text{eff}} + \hat{H}_{\text{u}}^{\text{eff}}, \quad (9)$$

где прямое взаимодействие $\hat{H}_{\text{dir}}^{\text{eff}}$, обменное взаимодействие $\hat{H}_{\text{ex}}^{\text{eff}}$ и Umklapp $\hat{H}_{\text{u}}^{\text{eff}}$ задаются следующими выражениями:

$$\hat{H}_{\text{dir}}^{\text{eff}} = \frac{1}{16N_c} \sum_{\mathbf{q}\mathbf{q}'\mathbf{k}mm'} V_+(\mathbf{k}) \left[1 + e^{i(\phi_{\mathbf{q}} - \phi_{\mathbf{q}+\mathbf{k}})} \right] \left[1 + e^{i(\phi_{\mathbf{q}'} - \phi_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}})} \right] \left(\hat{\gamma}_{\mathbf{q}2m}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}+\mathbf{k}2m} + \hat{\gamma}_{\mathbf{q}3m}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}+\mathbf{k}3m} \right) \times \left(\hat{\gamma}_{\mathbf{q}'2m'}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}2m'} + \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'3m'}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}3m'} \right), \quad (10)$$

$$\hat{H}_{\text{ex}}^{\text{eff}} = \frac{1}{16N_c} \sum_{\mathbf{q}\mathbf{q}'\mathbf{k}mm'} V_-(\mathbf{k}) \left[1 - e^{i(\phi_{\mathbf{q}} - \phi_{\mathbf{q}+\mathbf{k}})} \right] \left[1 - e^{i(\phi_{\mathbf{q}'} - \phi_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}})} \right] \quad (11)$$

$$\times \left(\hat{\gamma}_{\mathbf{q}2m}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}+\mathbf{k}3m} \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'3m'}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}2m'} + \hat{\gamma}_{\mathbf{q}3m}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}+\mathbf{k}2m} \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'2m'}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}3m'} \right),$$

$$\hat{H}_{\text{u}}^{\text{eff}} = \frac{1}{16N_c} \sum_{\mathbf{q}\mathbf{q}'\mathbf{k}mm'} V_-(\mathbf{k}) \left[1 - e^{i(\phi_{\mathbf{q}} - \phi_{\mathbf{q}+\mathbf{k}})} \right] \left[1 - e^{i(\phi_{\mathbf{q}'} - \phi_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}})} \right] \quad (12)$$

$$\times \left(\hat{\gamma}_{\mathbf{q}2m}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}+\mathbf{k}3m} \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'2m'}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}3m'} + \hat{\gamma}_{\mathbf{q}3m}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}+\mathbf{k}2m} \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'3m'}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}'-\mathbf{k}2m'} \right),$$

где $V_{\pm}(\mathbf{k}) = \sum_{aa'} (V_{\mathbf{k}aa'}^{11} \pm V_{\mathbf{k}aa'}^{12}) / 4$. Суммирование по парным мульти-индексам в уравнениях (10-12) гарантирует SU(4)-инвариантность этих выражений. Доказательство этого утверждения полностью аналогично доказательству инвариантности ур. (6).

4. Метод среднего поля

Для исследования упорядоченных фаз в предложенной SU(4)-инвариантной модели АА-Г мы будем опираться на приближение среднего поля при нулевой температуре $T = 0$. Для этого нужно

ввести параметр порядка. Как следствие широкой группы симметрий матричной природы, удобно считать, что параметр порядка Q – это матрица 4×4 , преобразующаяся под действием $SU(4)$. Параметр порядка связывается с «аномальными» средними следующим образом:

$$\hat{Q} = \frac{1}{N_c} \sum_{\mathbf{p}} \left(\bar{V}_+ \langle \hat{\Theta}_{\mathbf{p}} \rangle + \bar{V}_- \langle \hat{\Theta}_{\mathbf{p}}^\dagger \rangle \right). \quad (13)$$

В этой формуле \bar{V}_\pm – взаимодействие, усредненное по ПФ, а «аномальные» средние $\langle \hat{\Theta}_{\mathbf{p}} \rangle$ являются математическим ожиданием (средним значением), вычисленным по отношению к упорядоченному основному состоянию, для операторной матрицы $\hat{\Theta}_{\mathbf{q}}$, заданной своими матричными элементами $\Theta_{\mathbf{q}mm'} = \hat{\gamma}_{\mathbf{q}3m}^\dagger \hat{\gamma}_{\mathbf{q}2m'}$. Это позволяет вывести следующую форму среднеполевого гамильтониана взаимодействия:

$$\hat{H}_{\text{int}}^{\text{MF}} = - \sum_{\mathbf{q}} \text{Tr} \left(\hat{Q}^\dagger \hat{\Theta}_{\mathbf{q}} + \hat{\Theta}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{Q} \right). \quad (14)$$

Учитывая эту формулу, а также выражения (6) и (13), мы выводим уравнение самосогласования на параметр порядка \hat{Q} :

$$(\bar{V}_+^2 - \bar{V}_-^2) \hat{Q} h(\hat{Q}^\dagger \hat{Q}) = \bar{V}_+ \hat{Q} - \bar{V}_- \hat{Q}^\dagger, \quad (15)$$

в котором функция h задана интегралом:

$$h(\hat{Q}^\dagger \hat{Q}) = \frac{1}{2} \int_0^{3t} \frac{\nu(\varepsilon) d\varepsilon}{\sqrt{(\varepsilon - t_0)^2 + \hat{Q}^\dagger \hat{Q}}}, \quad (16)$$

так что $\nu(\varepsilon) \approx \varepsilon / (\sqrt{3\pi} t^2)$ – это плотность состояний для графена, вычисленная на одну спиновую проекцию и на одну долину. Интегрирование выполняется от нижнего до верхнего края зоны.

Уравнение самосогласования может быть несколько упрощено, если воспользоваться сингулярным разложением матрицы параметр порядка: $\hat{Q} = \hat{U} \hat{D} \hat{V}^\dagger$ и $\hat{Q}^\dagger = \hat{V} \hat{D} \hat{U}^\dagger$, где матрицы \hat{U} и \hat{V} унитарны, а \hat{D} диагональна, с неотрицательными элементами $d_i \geq 0$, $i = 1, \dots, 4$. Тогда ур. (15) может быть переписано в следующем виде:

$$\left[\bar{V}_+ - (\bar{V}_+^2 - \bar{V}_-^2) h(\hat{D}^2) \right] \hat{D} = \bar{V}_- \hat{W} \hat{D} \hat{W}, \quad (17)$$

где $\hat{W} = \hat{U}^\dagger \hat{V} \in U(4)$.

5. Решения уравнения самосогласования

Наша следующая задача – решить полученное уравнение самосогласования. Каждое найденное решение соответствует низкотемпературной упорядоченной фазе АА-Г. К сожалению, нам не удалось доказать, что мы знаем все возможные решения уравнения самосогласования. Тем не менее, мы смогли явно сконструировать три типа решений, каждый такой тип обладает своим физическим смыслом.

Во-первых, можно искать эрмитовы решения ур. (15). Как показано в работах [1, 2], эрмитовы решения могут быть сгруппированы в три топологически неэквивалентных класса. Первый класс описывает волну зарядовой плотности. Второй класс включает в себя волну спиновой плотности, волну долинной плотности и волну спин-долинной плотности. Упорядоченные фазы, образующие класс номер три, – это комбинации всех вышеупомянутых типов волн плотности.

Во-вторых, матрица \hat{Q} может быть антиэрмитовой. В такой ситуации упорядоченные фазы характеризуются спонтанными межслоевыми кольцевыми токами. В зависимости от топологического класса решения эти токи могут переносить зарядовые, спиновые, долинные и спин-долинные кванты.

И в-третьих, матрица параметра порядка может быть ни эрмитовой, ни антиэрмитовой, но диагонализуемой, причем такой, что ее собственные значения либо чисто действительные, либо чисто мнимые. Упорядоченные состояния, соотносящиеся с такими \hat{Q} , будут одновременно демонстрировать токовые и зарядовые упорядочения.

6. Заключение

Благодаря особенностям сотовой решетки, одноэлектронная дисперсия в графене и системах на его основе характеризуется дополнительным квантовым числом, долинным индексом ξ . Хотя во многих

отношениях индекс долины отличается от спинового квантового числа, для графена и материалов на его основе мы можем сформулировать теорию, которая включает эти два квантовых числа на равных. В нашей статье мы описали построение такой теории для AA-Г. Конечно же, SU(4)-симметричная теория для материала на основе графена не может являться точной моделью, детально описывающей электронные свойства материала. Тем не менее это полезный теоретический инструмент. Исследование SU(4)-симметричных моделей следует рассматривать как физически мотивированный подход, позволяющий разработать классификационную схему упорядоченных состояний в материалах на основе графена. Предложенный подход сводит воедино как уже хорошо известные «зарядово-упорядоченные», так и менее изученные «токо-упорядоченные» состояния, а также обнаруживает ранее, по-видимому, не обсуждавшиеся гибридные виды состояний со спонтанно нарушенной симметрией, объединяющие в себе как «зарядовые», так и «токовые» параметры порядка. Представляется перспективным поиск новых типов решений уравнения самосогласования (или доказательства, что таковых не существует), а также расширение формализма на сверхпроводящие параметры порядка и на другие материалы.

Список литературы

- [1] Rozhkov A. V., Sboychakov A. O., Rakhmanov A. L. Ordering in the SU(4)-symmetric model of AA bilayer graphene // *Phys. Rev. B.* — 2023. — Nov. — Vol. 108. — P. 205153. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.108.205153>.
- [2] Nandkishore R., Levitov L. Quantum anomalous Hall state in bilayer graphene // *Phys. Rev. B.* — 2010. — Sep. — Vol. 82, no. 11. — P. 115124.

ORDERED STATES IN THE SU(4)-SYMMETRIC MODEL OF AA BILAYER GRAPHENE

Rozhkov A.V.^{1*}, Sboychakov A.O.¹

¹ Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of RAS, Moscow, Russia

* alex.vl.rozhkov@yandex.ru

Abstract

In this paper we discuss the classification of ordered states for model of bilayer AA graphene based on the SU(4) matrix group. Such a wide group of symmetries arises due to the unification of spin and the so-called valley degeneracy into a broad multiplet, typical for graphene and other two-dimensional materials based on it. We describe the construction of an effective theory demonstrating the SU(4) invariance, and discuss the mean field investigation of the resulting Hamiltonian. Ordered states of such a system are represented by a unifying SU(4)-invariant self-consistency equation. We will explicitly construct three different classes of solutions for the derived self-consistency equation. Using the SU(4) invariance, we generalize a previously published topological classification scheme for non-superconducting ordered states in bilayer AA graphene.

Key words: bilayer AA graphene, ordered state, SU(4) group

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ОБЪЕКТА С МОНОРЕЛЬСОМ ТАЛИ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЕГО ЭПР

Н.П. Балабуха¹, А.С. Зубов¹, Н.Л. Меньших *¹, В.С. Солосин¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 15.05.2024
Одобрена после рецензирования 20.05.2024
Принята к публикации 21.05.2024

Аннотация

В работе представлена оценка влияния взаимодействия объекта измерения с монорельсом тали при экспериментальных исследованиях характеристик рассеяния объектов на примере автоматизированного измерительного комплекса – компактного полигона ИТПЭ РАН. Монорельс тали используется для установки объектов измерения на позиционеры, а также для установки самих позиционеров, и потому проходит непосредственно над рабочей зоной измерительного комплекса. Рассмотрены модельные задачи по измерению характеристик рассеяния идеально проводящего диска, которые наглядно показывают, что сигнал от взаимодействия с монорельсом может превышать измеряемый сигнал от самого объекта. Задачи решались в оптическом приближении. Для оценки некоторых конструктивных особенностей монорельса был проведен расчет поля рассеяния на монорельсе методом интегральных уравнений. Выявлено, что на результаты измерения характеристик рассеяния могут влиять не только переотражения между объектом и нижней полкой монорельса, но и переотражения, связанные с наличием двугранного уголка, образованного верхней частью швеллера и его вертикальной стенкой. Предложена схема покрытия монорельса широкополосным радиопоглощающим покрытием для снижения данного влияния на результаты измерения. Предложенная схема была реализована для рассматриваемого измерительного комплекса.

Ключевые слова: компактный полигон, помеховые сигналы, безэховая камера, эффективная площадь рассеяния, метод физической оптики

EDN MZMEYU

doi:10.24412/2949-0553-2024-210-23-32

Введение

Компактный полигон предназначен для измерения характеристик рассеяния объектов и радиотехнических параметров излучения антенн с высокой точностью [1]. С помощью коллиматора в виде зеркала или линзы формируется квазиплоская электромагнитная волна в области пространства, которая называется рабочей зоной [2].

Наиболее широкое распространение получили компактные полигоны с зеркальным коллиматором, предложенные более полувека назад [3]. Зеркало коллиматора – главная часть компактного полигона, поэтому ей уделяется особое внимание при проектировании измерительного комплекса. Существуют разные схемы формирования квазиплоской волны. Используются зеркала с звездообразной кромкой [4] или со скругленными краями [5]. Разработаны схемы с двумя зеркалами [2, 6].

Помимо проблемы формирования волны, наиболее приближенной к плоской в некоторой области пространства, при измерении характеристик рассеяния объектов возникает еще масса других проблем. Например, стенки, пол и потолок безэховой камеры (БЭК) взаимодействуют со всеми элементами измерительного комплекса и с самим измеряемым объектом. Радиопоглощающий материал (РПМ), которым облицована БЭК, частично рассеивает падающую волну, что может портить распределение поля в рабочей зоне измерительного комплекса [1]. Отражение от стены, расположенной напротив

* Автор, ответственный за переписку: Николай Леонидович Меньших, nl_menshikh@itae.ru

зеркала коллиматора, может очень сильно влиять на результаты измерения, потому что это сигнал от очень большой плоской поверхности. Чтобы уменьшить влияние такого сигнала, эту стенку обычно ставят под углом или делают в виде клина [7].

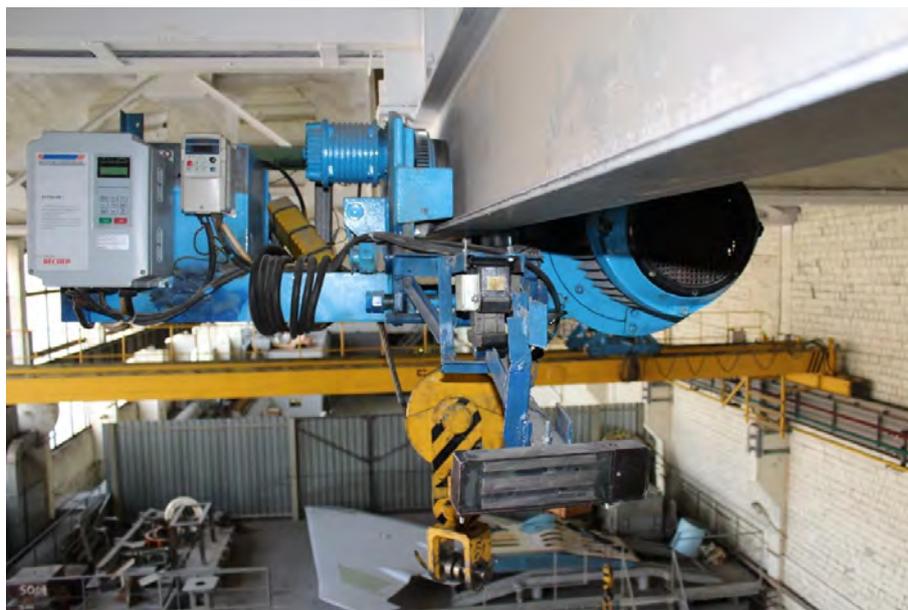


Рисунок 1 – Фото электротали, установленной на монорельсе, для перемещения объектов измерения в АИК-КП

Когда измеряемый объект помещается в рабочую зону, возникают дополнительные взаимодействия. Объект взаимодействует с опорой [8]. Он также может взаимодействовать и с поверхностями БЭК, если они расположены недостаточно далеко или используемый материал имеет недостаточно низкий коэффициент отражения. Разрабатываются методы снижения данного взаимодействия с помощью использования специальных радиопоглощающих экранов и укрытий поворотной части опорного устройства [9].

Для установки объекта измерения в рабочую зону для больших компактных полигонов необходимо использовать тельфер (таль) [1, 2]. Т.к. компактный полигон расположен в закрытом помещении, то обычно используется электроталь, передвигающаяся по монорельсу. В автоматизированном измерительном комплексе – компактном полигоне (АИК-КП) ИТПЭ РАН используется электроталь тип 1, передвигающаяся по монорельсу, выполненному в виде двутавра. Далее в представленной работе будет рассматриваться взаимодействие объекта и монорельса тали на примере данного измерительного комплекса. Колеса электротали перемещаются по верхней части нижней полки двутавра (рисунок 1).

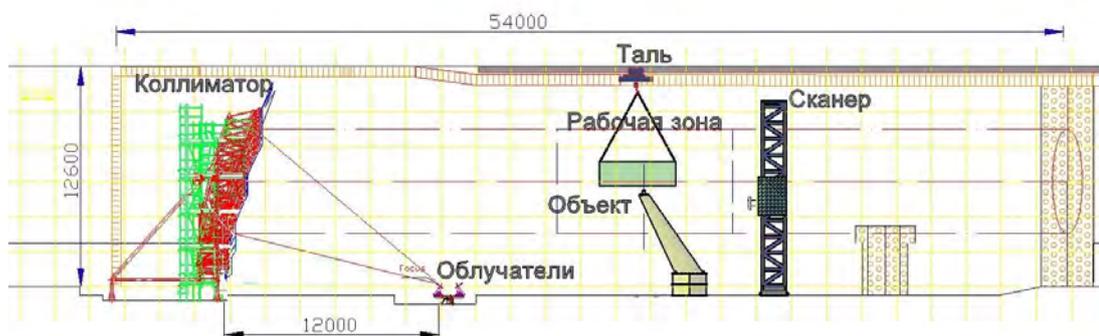


Рисунок 2 – Схема АИК-КП, вид сбоку

В силу своего предназначения таль обязательно проходит над рабочей зоной компактного полигона. В АИК-КП монорельс тали располагается параллельно оптической оси коллиматора (рисунок 2). Расположение монорельса обычно определяется тем, с какой стороны от БЭК имеется возможность разместить зал подготовки объектов к испытаниям. В ИТПЭ РАН зал подготовки объектов расположен сразу за воротами АИК-КП, т.е. также находится на продолжении оси коллиматора.

Таким образом над рабочей зоной расположен металлический швеллер, не закрытый радиопогло-

цающим материалом, расположенном на потолке БЭК. Конечно, при некоторых условиях наличие монорельса над рабочей зоной может влиять на результаты измерения характеристик рассеяния объектов, может наблюдаться взаимодействие объекта с монорельсом. Особенно вопрос существования такого взаимодействия важен в силу того, что в АИК-КП могут проводиться измерения очень протяженных объектов до 6 м длиной со сложной искривленной поверхностью.

В данной работе представлены исследования влияния взаимодействия исследуемого объекта с монорельсом тали на результаты измерения его характеристик рассеяния. Предложена схема снижения данного влияния путем установки на монорельсе тали радиопоглощающего покрытия (РПП).

Расположение монорельса тали в АИК-КП

БЭК АИК-КП имеет более 50 м в длину. Рабочая зона представляет собой горизонтально расположенный цилиндр диаметром 6 м длиной 10 м. Центр рабочей зоны располагается на двойном фокусном расстоянии зеркала коллиматора, что составляет 24 м. Рабочий диапазон частот АИК-КП составляет от 0,8 ГГц до 40,0 ГГц.

Один конец монорельса тали расположен в зале подготовки объектов. Большая часть монорельса проходит в БЭК, его второй конец расположен над дальней от коллиматора стенкой приемка с облучателями (рисунок 2). Для установки монорельса в потолке БЭК сделан скос: потолок над коллиматором на 0,5 м выше, чем над рабочей зоной. Таким образом, монорельс скрыт за РПМ потолка БЭК.

Чтобы между монорельсом и РПМ мог пройти тельфер, возле монорельса выполнено еще одно понижение потолка. В металлическом потолке БЭК выполнена щель размером 1800 мм (рисунок 3). Внутри щели продолжается понижение каркаса из металлических прутков, которые держат РПМ. На потолке БЭК используется РПМ Тростник-НП, который был изготовлен из электропроводящей бумаги. Трубки материала собраны в гирлянды, которые подвешиваются за ленты к металлическим прутьям. Для прохода тельфера и его тросов в РПМ на потолке БЭК оставлена щель размером 900 мм.

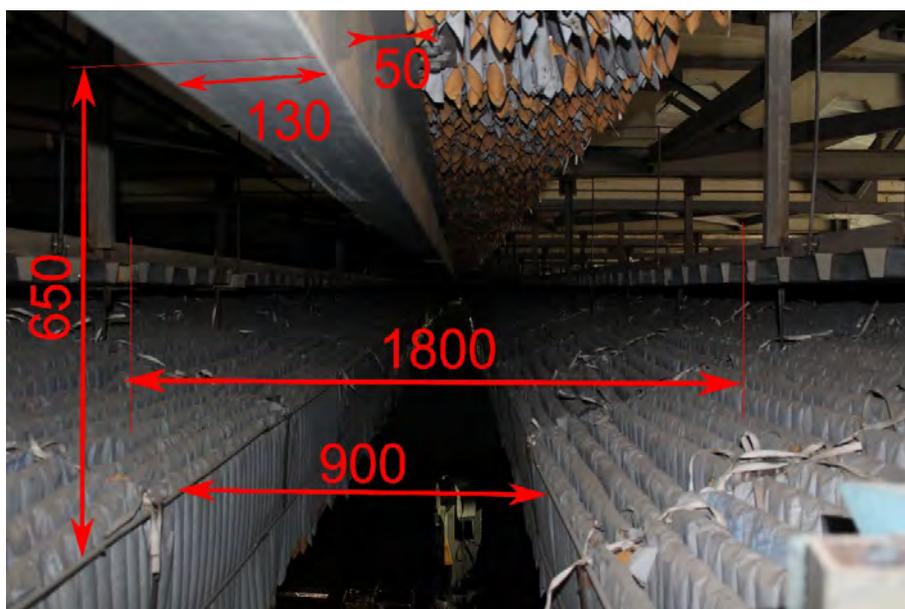


Рисунок 3 – Внешний вид зеркала коллиматора МАРК-12

Хотя монорельс и находится выше потолка БЭК и укрыт от прямого попадания на него волны, идущей от зеркала коллиматора, из точки позиционирования объекта он виден.

Сам швеллер монорельса представляет собой двутавр (рисунок 3) с размером нижней (равно как и верхней) полки 130 мм и высотой 360 мм. По обращенной вверх части нижней полки двутавра перемещаются колеса тельфера. Размер обращенных вниз частей верхней полки двутавра составляет по 50 мм с каждой стороны. Монорельс крепится к потолку помещения, в котором расположена БЭК, за верхнюю полку двутавра.

Размер рабочей зоны АИК-КП позволяет проводить измерение рассеивающих свойств объектов до 6 м в поперечном сечении. Опыт проведения измерений характеристик рассеяния объектов на АИК-КП показывает, что объекты, чье взаимодействие с монорельсом тельфера заметно, измеряются редко. Однако геометрия ряда измеряемых на АИК-КП объектов – составных частей изделий авиационной

техники – содержит участки, которые могут взаимодействовать с монорельсом тельфера.

Для определения влияния взаимодействия объекта с монорельсом тали на результаты измерения его ЭПР рассмотрены несколько модельных задач.

Взаимодействие объекта измерения с нижней полкой монорельса тали

Для оценки влияния взаимодействия объекта измерения с монорельсом тали решалась следующая модельная задача.

Круглый проводящий диск установлен в центре рабочей зоны под углом 45 градусов по углу места. В таком положении поверхность диска максимально сильно взаимодействует с монорельсом тали, что видно из схемы хода лучей, представленной на рисунке 4. Вместо волны от коллиматора рассматривается падение на диск плоской волны.



Рисунок 4 – Схема взаимодействия диска и монорельса тельфера в АИК КП

Оценим, используя оптическое приближение, влияние такого взаимодействия. Пусть диск имеет диаметр $D = 1$ метр. Тогда его площадь равна

$$S_d = \frac{\pi D^2}{4} = 0.785 \text{ м}^2.$$

При падении плоской волны на идеально проводящий диск вся волна перенаправляется на потолок БЭК, где частично взаимодействует с монорельсом тали. Площадь монорельса, на которую падает прожекторный луч от диска, можно оценить как

$$S_{\text{rail}} = w \cdot D \cos(\varphi) = 0.13 \cdot 1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.092 \text{ м}^2,$$

где w – ширина нижней полки монорельса.

Так как ЭПР плоского объекта пропорциональна квадрату его площади, то квадрат отношения площадей S_{rail} и S_d позволяет оценить дополнительный вклад в ЭПР диска от переотражения с монорельсом. Площадь «засвеченной» поверхности монорельса составляет 11,7% от площади диска. Если ЭПР диска при облучении плоской волной, падающей по нормали к его поверхности, принять за 0 дБм², то дополнительный вклад в ЭПР диска от взаимодействия с монорельсом можно оценить из отношения квадратов площадей как –19 дБм². Это значительный сигнал, который показывает, что переотражения с монорельсом могут влиять на результаты, а иногда приводить к существенным ошибкам измерения без применения дополнительных мероприятий.

Даная оценка, выполненная в оптическом приближении, очень грубая. Во-первых, описанное выше приближение применимо для высоких частот, где монорельс тали (шириной 130 мм) имеет ширину не менее 3-4 длин волн. Во-вторых, использовалось приближение плоской волны. В-третьих, не учитывалась расходимость пучка лучей и игнорировались дифракционные эффекты. Тем не менее такое приближение дает наглядное представление о существовании данной проблемы.

Используя метод физической оптики (ФО), оценим количественно влияние взаимодействия с монорельсом тельфера для конкретных длин волн и размеров диска.

Поле, рассеянное в обратном направлении круглым проводящим диском в приближении ФО с некоторыми поправками на краевые эффекты [10], рассчитывается по формуле:

$$E(\theta) = -E_0 \frac{e^{ikr}}{r} \sqrt{\frac{\sigma_m}{4\pi}} \left(2 \frac{J_1(2ka \sin \theta)}{2ka \sin \theta} - i \frac{J_2(2ka \sin \theta)}{2ka \sin \theta} \right),$$

где $\sigma_m = 4\pi^3 a^4 / \lambda^2$ – ЭПР диска при нормальном падении (в квадратных метрах), a – радиус диска, θ – угол падения волны на диск, J_1 и J_2 – функции Бесселя первого и второго порядка соответственно.

Данная формула достаточно точно отражает диаграмму рассеяния плоской волны диском при углах падения до 50 градусов (отсчет от нормали к поверхности диска). Монорельс тельфера хорошо моделируется проводящей лентой. Однако, в силу того что монорельс находится на высоте 6 метров над диском и имеет ширину 0,13 м, учет неравномерности поля, падающего на монорельс, и учет диаграммы рассеяния монорельса дают малую поправку. Потому для оценки взаимодействия отраженной от диска волны с монорельсом тали используем оптическое приближение.

Моностатическая ЭПР диска $D = 2a = 1$ м при нормальном падении на частоте $f = 3,13$ ГГц составляет 29,3 дБм². Моностатическая ЭПР диска, установленного под углом места 45 градусов, составляет –16,7 дБм². Выбор частоты обусловлен тем, что на данной частоте при повороте диска на 45 градусов наблюдается максимум в диаграмме обратного рассеяния. Учитывая параметры нашей задачи, будем считать, что волна при падении на проводящую поверхность (диск) без потерь перенаправляется данной поверхностью в строгом соответствии с геометрическим ходом лучей. Площадь «засвеченной» части монорельса составляет 16,6% от площади сечения лучевой трубки после отражения луча от диска. Монорельс практически диафрагмировал пучок, поэтому для расчета распределения поля на диске нам потребовалось бы проинтегрировать распределение поля вблизи монорельса по площади «засвеченной» части монорельса. Т.к. в данной задаче диск стоит под углом 45 градусов, то видимая «засвеченная» площадь уменьшится еще в $\cos(\pi/4)$ раз. Приведенные соображения позволяют оценить уменьшение напряженности поля в точке наблюдения (совпадает с точкой излучения) по сравнению с полем в точке наблюдения при падении волны строго по нормали к поверхности диска и связать его с ЭПР диска. Оценка вклада в ЭПР диска от такого взаимодействия составляет 7,6 дБм². Этот вклад на 24 дБм² выше, чем ЭПР диска при данном позиционировании.

Полученный эффект от влияния переотражений объекта с монорельсом в численном выражении превышает измеряемую ЭПР от диска и требует применения дополнительных средств обработки сигнала при измерениях.

Методы снижения влияния взаимодействия с монорельсом

Для борьбы с паразитным сигналом от монорельса применяется селекция полезного сигнала во временной области [11]. Монорельс находится существенно выше центра рабочей зоны, поэтому основной сигнал и сигнал, отраженный от монорельса, как правило, разнесены по дальности (т.е. по времени прихода сигнала). Однако такое вычитание не всегда можно сделать для протяженных объектов и для объектов, имеющих большое количество переотражений, поскольку полезный сигнал от таких объектов может быть протяженным во времени.

Второй способ борьбы с этим сигналом – использование подвижного экрана с РПМ, установленного на монорельсе тали. Этот экран предназначен для укрытия монорельса и устранения данного помехового сигнала. На экран можно установить широкополосный пирамидальный РПМ, который фактически создаст над объектом поглощающий потолок БЭК. При этом экран может по-прежнему быть невидимым для волны, идущей от коллиматора, так как глубина щели для прохода тельфера позволяет разместить экран таким образом, чтобы он весь оставался внутри щели. Такой экран с РПМ VHP-12NRL фирмы Ecosorb реализован в АИК-КП (рисунок 2). Длина экрана составляет 6 м.

Однако использование экрана с РПМ сопряжено с некоторыми трудностями. Калибровочные измерения и измерения фона происходят в отсутствие объекта. Для того, чтобы измерение фона безэховой камеры без объекта было достаточно точным, необходимо проводить данное измерение с экраном, установленным над рабочей зоной. Но для установки объекта, перемещаемого тельфером, приходится сдвигать экран, а потом устанавливая его строго в прежнее положение, что практически невозможно. Таким образом, данный подход позволяет устранить сигнал взаимодействия с монорельсом, но не позволяет провести измерения с высокой точностью в АИК-КП.

Установка (нанесение) на монорельс широкополосного РПП позволяет существенно уменьшить взаимодействие с ним и в ряде случаев провести измерения характеристик рассеяния сложного объекта без установки подвижного экрана.

Разработка схемы нанесения РПП требует учета его геометрии. Необходимо понять, требуется ли защитить что-то еще, кроме нижней полки монорельса. Между полками двутавра и его вертикальной частью образуется двугранный уголкообразный отражатель. Если влияние уголка также может оказаться значимым, то схема нанесения РПП должна это учитывать.

Для определения «опасных» участков рассмотрим еще одну модельную задачу.

Взаимодействие объекта измерения с монорельсом тали

Рассмотрим диск диаметром 4 м, установленный в центре рабочей зоны под углом места 45 градусов и углом крена 16 градусов. Такая конфигурация обеспечивает «засветку» монорельса прожекторным лучом, сформированным коллиматором и отраженным от диска. При этом максимальная интенсивность поля оказывается вблизи монорельса, и при этом при углах крена больше 12 градусов уже виден двухгранный угол от верхней части швеллера монорельса. Такой диск позволяет моделировать ситуацию взаимодействия частей объекта с монорельсом тали.

Схема взаимодействия представлена на рисунке 5. От коллиматора квазиплоская волна распространяется параллельно оси Z и, отражаясь от диска, попадает на монорельс. Оси X и Y направлены горизонтально и вертикально в сечении, перпендикулярном оси камеры, т.е. волновой вектор волны, отраженной от диска, лежит в плоскости XY . При этом будет два помеховых сигнала, которые нам могут быть интересны: это отражение от нижней полки монорельса (зеркальное) и от двухгранного уголка верхней части швеллера. Рассчитаем два случая: взаимодействие с монорельсом-двутавром и взаимодействие только с нижней полкой монорельса. Взаимодействие с двухгранным уголком требует более тщательного моделирования, потому будем использовать не только оценочные формулы ФО. Используем пакет для электродинамического моделирования ФЕКО, где можно задействовать и строгие методы расчетов, например, метод моментов (ММ), и приближенные методы (ФО). Расчеты проводились на частоте 10 ГГц (длина волны 3 см).

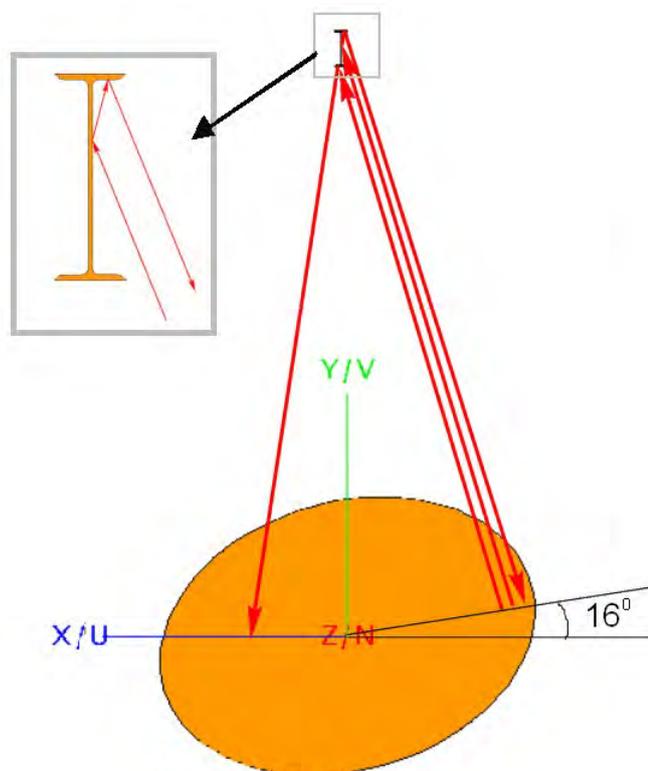


Рисунок 5 – Схема электродинамического взаимодействия большого диска, установленного при угле крена 16 градусов и угле места 45 градусов, и монорельса тали в АИК КП

Задача решалась в три этапа: на первом рассматривался диск диаметром 4 м, установленный под углом места 45 градусов и углом крена 16 градусов, облучаемый плоской волной. Задача решалась в приближении ФО. В этой задаче рассчитывалась однопозиционная ЭПР диска. Также рассчитывалось распределение поля на расстоянии 6 метров над диском – поле вблизи положения монорельса тали (самого монорельса в этой задаче нет). В нашем случае ЭПР диска при таком позиционировании на частоте 10 ГГц составляет $-18,9$ дБм². ЭПР этого же диска при облучении плоской волной, падающей по нормали к поверхности диска, составляет $63,5$ дБм².

На втором этапе поле, полученное вблизи монорельса тали, использовалось в качестве источника излучения. В этой задаче есть только монорельс тали (двутавр) или только его нижняя полка. Рассчитывалось рассеянное монорельсом (или его частью) поле на плоскости примерно в том же месте, где было задано исходное поле рассеяния диском. Расчет проводился ММ, т.к. метод ФО не позволяет правильно рассчитать поле, рассеянное таким сложным отражателем, как двухгранный уголок. На

рисунке 6 представлены результаты расчетов распределения поля вблизи монорельса (двухавра) или его части (нижней полки).

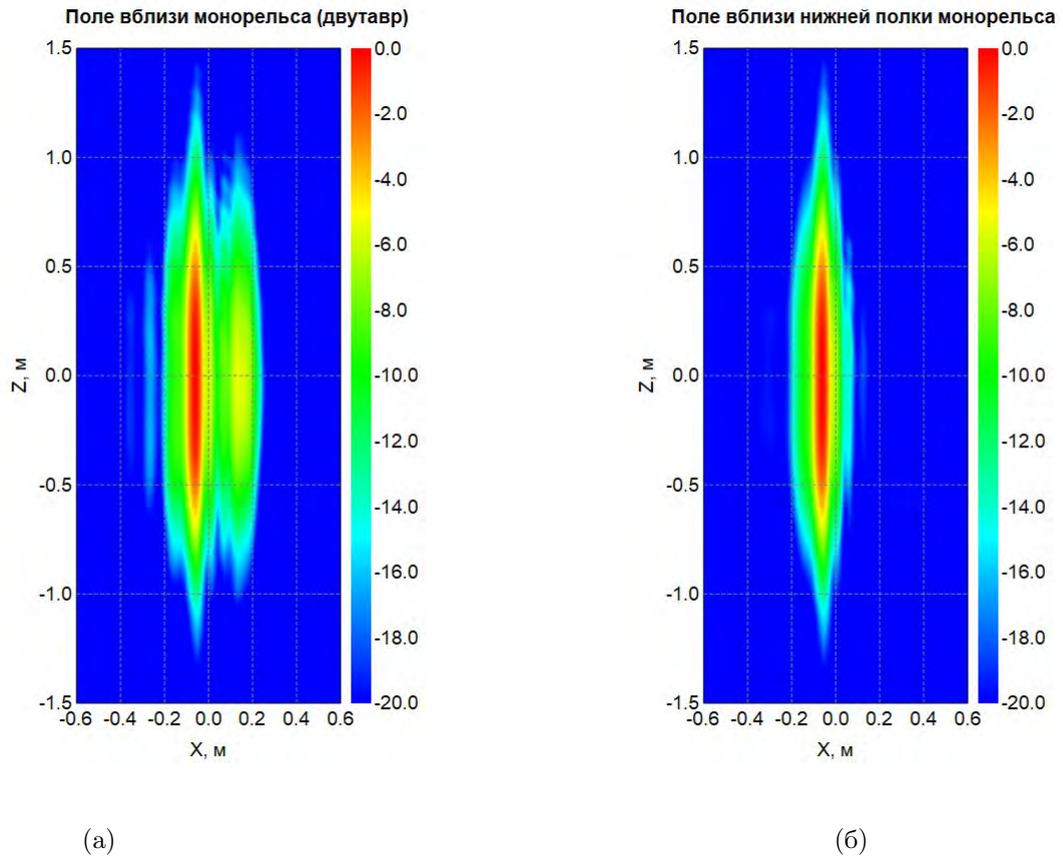


Рисунок 6 – Распределение рассеянного поля вблизи монорельса тали а) двухавра и б) нижней полки монорельса на частоте 10 ГГц, амплитуда нормирована

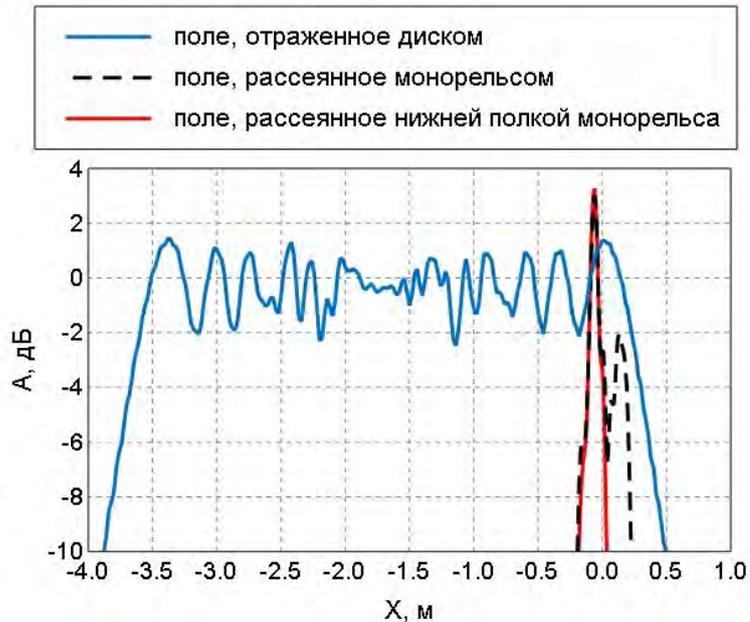


Рисунок 7 – Распределение поля вблизи монорельса тали в сечении, перпендикулярном направлению тельфера и оси БЭК, в зависимости от расстояния от оси БЭК. Синяя линия – падающее на монорельс поле от диска, зеленая линия – рассеянное двухавром поле, красная линия – рассеянное нижней полкой монорельса поле

Из-за крена диска максимум поля смещен в области отрицательных значений по оси x , которая перпендикулярна оси камеры и расположена горизонтально. Величина этого максимума одинакова на

обоих рисунках, и на нее нормирована вся картина распределения поля. Но отличие заключается в наличии на рисунке 6а) второго максимума в распределении поля в области положительных значений оси x . Это и есть отражение от двухгранного уголка. На рисунке 7 представлены графики зависимостей амплитуды отраженного от диска поля и полей, рассеянных монорельсом тали или его нижней полкой, от поперечной координаты вблизи монорельса тали (6 м над центром рабочей зоны).

В третьей части задачи поле, рассеянное монорельсом (или его частью), использовалось в качестве источника излучения. Рассматривалось отражение от диска, стоящего в той же позиции, что и в первой задаче. Отраженное от диска поле рассчитывалось методом ФО в направлении источника падающей волны (т.е. та часть, которая может вернуться обратно в коллиматор).

Результаты расчетов следующие: бистатическая ЭПР диска при использовании в качестве источника излучения поле, рассеянное монорельсом, составляет $19,7 \text{ дБм}^2$, при использовании в качестве источника излучения поле, рассеянное нижней полкой монорельса, составляет $8,7 \text{ дБм}^2$. Данная бистатическая ЭПР будет измеряться одновременно с моностатической ЭПР диска, установленного в рассматриваемое положение по углу места и крена.

Таким образом, обе этих бистатические ЭПР существенно выше, чем ЭПР диска при данном позиционировании ($-18,9 \text{ дБм}^2$). При этом влияние двухгранного уголка в верхней части швеллера монорельса тали оказывается больше, чем влияние рассеяния нижней полкой монорельса. Это означает, что при наклоне по крену протяженных объектов взаимодействие с тельфером увеличивается.

Однако такое большое суммарное влияние на точность измерений ЭПР диска проявляется только в очень узком секторе углов крена и практически при одном угле места, близком к 45 градусам. На реальных объектах области, которые могут так неудачно провзаимодействовать с монорельсом тали, наблюдаются в редких случаях.

Схема покрытия монорельса тали

Исходя из результатов расчетов ясно, что покрытие необходимо устанавливать и на нижнюю полку двутавра, и на обращенные вниз части верхней полки двутавра.

Покрытие устанавливается над рабочей зоной, потому что только тут может происходить взаимодействие с объектом. Взаимодействие с любыми другими частями БЭК или слабы, или не могут влиять на результаты измерений (т.е. сигнал не может вернуться обратно в коллиматор). Соответственно, покрывается часть монорельса длиной 10 м, середина зоны покрытия находится непосредственно над центром рабочей зоны АИК-КП. Схема покрытия представлена на рисунке 8.

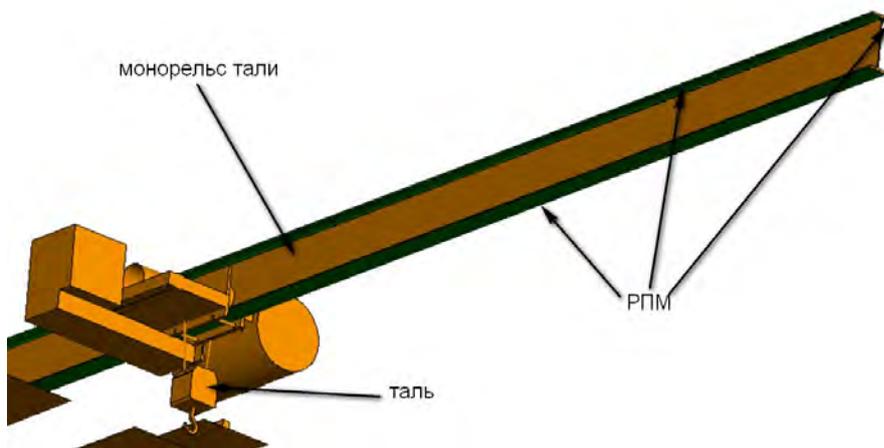


Рисунок 8 – Эскиз схемы покрытия монорельса тельфера

Сформулируем требования к покрытию.

- Широкополосное покрытие, диапазон частот: $1 - 40 \text{ ГГц}$ с оптимизацией в диапазоне $2,6 - 18 \text{ ГГц}$,
- Характерные углы падения волны на материал от 0 до 30° .
- Максимальная толщина покрытия не превосходит 25 мм .

Первое требование возникает из диапазона рабочих частот АИК-КП. Для диапазона частот ниже $2,6 \text{ ГГц}$ ширина монорельса тельфера слишком мала, чтобы оказывать значимое влияние. Для

диапазона частот 26 – 40 ГГц взаимодействие может быть довольно сильным. Но на этих частотах рассеянные волны быстрее затухают.

Второе требование вытекает из геометрии АИК-КП и монорельса, в нем установленного. Влияние взаимодействия объекта с монорельсом тельфера на результаты измерения диаграммы обратного рассеяния возможно только при углах, близких к нормали.

Третье требование возникает из конструкции тельфера: зазор между нижней полкой монорельса и перекладиной тельфера составляет 30 мм.

Данным требованиям удовлетворяет РПП РАН-57. Согласно ТУ 22.29.29.190-093-29012159-2021, оно имеет следующие характеристики: на частотах от 4 до 10 ГГц коэффициент отражения не более минус 10 дБ, от 10 до 15 ГГц коэффициент отражения не более минус 13 дБ. Данное покрытие может быть изготовлено в виде отдельных листов на подложке для установки с помощью клея на монорельс тельфера.

5. Заключение

В работе проведена оценка влияния взаимодействия объекта, установленного в рабочую зону компактного полигона для проведения измерений его характеристик рассеяния, с монорельсом тали.

Выявлено значительное влияние взаимодействия объекта с монорельсом тали при измерении его ЭПР для некоторых возможных положений объекта. Взаимодействие может происходить как с нижней полкой монорельса, так и с двугранным углом, образованным верхней полкой и вертикальной частью швеллера монорельса. Т.к. такое влияние может наблюдаться в очень ограниченном секторе углов позиционирования объекта, то данный эффект может проявляться в измерениях ЭПР объектов только в очень редких и специфических случаях.

Разработана схема покрытия монорельса РПП РАН-57, которое эффективно снижает описанное взаимодействие в диапазоне частот от 2,6 до 18 ГГц.

Список литературы

- [1] Компактные полигоны для измерений характеристик рассеяния объектов / Балабуха Н.П., Зубов А.С., Солосин В.С. – М.: Наука, 2007. 266 с.
- [2] Radar cross section / Knott E.F., Shaeffer J.F., Tuley M.T. Boston: SciTech Publishing, 1993, second edition, 477 p.
- [3] Johnson R.C., Ecker H.A., Moore R.A. Compact range techniques and measurements // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1969, V.17, N.5, pp. 568-576. doi:[10.1109/TAP.1969.1139517](https://doi.org/10.1109/TAP.1969.1139517).
- [4] Lee T, Burnside W.D. Performance Trade-Off Between Serrated Edge and Blended Rolled Edge Compact Range Reflectors // IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 1996, V.44, N.1, pp. 87-96. doi:[10.1109/8.477532](https://doi.org/10.1109/8.477532).
- [5] Gupta I.J, Ericksen K.P., Burnside W.D. A Method to Design Blended Rolled Edges for Compact Range Reflectors // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. 1990. V. 38, No. 6, pp. 853-861. doi:[10.1109/8.55582](https://doi.org/10.1109/8.55582).
- [6] Fasold D. Measurement Performance of Basic compact Range Concepts // AMTA Europe Symposium 2006, Munich, May 1-4, 2006 Germany.
- [7] Aubin J, Winebrand M. Side Wall Diffraction & Optimal Back Wall Design in Elongated Chambers for Far-Field Antenna Measurements at VHF/UHF Frequencies // Antennas and Propagation Society International Symposium (APSURSI), 2010.
- [8] Balabukha N.P., Menshikh N.L., Shapkina N.E. Influence of the Interaction of an Object with a Support on the Accuracy of RCS Measurement of Reference Reflectors // 2021 Radiation and Scattering of Electromagnetic Waves (RSEMW), pp. 35-38. doi:[10.1109/RSEMW52378.2021.9494071](https://doi.org/10.1109/RSEMW52378.2021.9494071).
- [9] Balabukha, N.P., Evstafev E.E., Menshikh, N.L., Shapkina N.E. Analysis of the influence of the protective plate on the interaction of the support and the target under study by the method of mathematical modeling // Proceedings - 2022 IEEE 8th All-Russian Microwave Conference (RMC), pp. 297 – 300. doi:[10.1109/RMC55984.2022.10079274](https://doi.org/10.1109/RMC55984.2022.10079274).
- [10] Радиолокационные отражатели / Кобак В. О. М.: Советское радио, 1975. 212 с.
- [11] Цифровые фильтры / Хемминг Р.В. М.: Советское радио, 1980. 224 с.

ASSESSMENT OF THE INFLUENCE OF THE INTERACTION OF AN OBJECT WITH A MONORAIL HOIST ON THE RESULTS OF MEASUREMENTS OF ITS RCS

N.P. Balabukha¹, A.S. Zubov¹, N.L. Menshikh^{*1}, V.S. Solosin¹

¹ Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of RAS, Moscow, Russia

* nl_menshikh@itae.ru

Abstract

The paper presents an assessment of the influence of the interaction of the measurement object with the hoist monorail during experimental studies of the scattering characteristics of objects in, as example, the Automated measuring complex - a compact range of ITAE RAS. The hoist monorail is used to install measurement objects on positioners, as well as to install the positioners themselves, and therefore passes directly above the quiet zone of the measuring complex. Model problems for measuring the scattering characteristics of an ideally conducting disk are considered, which clearly show that the signal from interaction with a monorail can exceed the measured signal from the object itself. The problems were solved in the optical approximation. To assess some of the design features of the monorail, the scattered field of the monorail was calculated using the method of integral equations. It was revealed that the results of measuring scattering characteristics can be influenced not only by re-reflections between the object and the bottom flange of the monorail, but also by re-reflections associated with the presence of a dihedral corner formed by the upper part of the channel and its vertical wall. A scheme for covering the monorail with a broadband radio-absorbing coating has been proposed to reduce this influence on the measurement results. The proposed scheme was implemented for the measuring complex under consideration.

Key words: compact range, interference signals, anechoic chamber, radar cross section, physical optics method
