

СПИНОВЫЕ ВИХРИ И МАЙОРАНОВСКИЕ СОСТОЯНИЯ В ДОПИРОВАННЫХ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ИЗОЛЯТОРАХ С НЕМАТИЧЕСКОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТЬЮ

Акзянов Р.Ш.^{1,2}, Капранов А.В.^{2,3}, Рахманов А.Л. *¹

¹ Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук, Москва, Россия

² ФГУП ВНИИА им. Н.Л. Духова, Москва, Россия

³ Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», Москва, Россия

Статья поступила в редакцию 01.09.2022

Одобрена после рецензирования 08.11.2022

Принята к публикации 28.12.2022

Аннотация

Так называемые топологические сверхпроводники проявляют множество необычных свойств, которые представляются интересными для приложений в области спинтроники и квантовых вычислений. В частности, в этих материалах предсказано и экспериментально подтверждено существование возбуждений типа фермионов Майораны. В нашей работе мы предложили один из возможных способов создать фермионы Майораны в топологических сверхпроводниках. В качестве конкретной системы, в которой реализуется топологическая сверхпроводимость, нами рассмотрены допированные топологические изоляторы типа $A_xBi_2Se(Te)_3$ (где $A = Cu, Sr, Ba, \dots$). На основе этих материалов уже созданы высококачественные монокристаллы, в которых надежно установлено существование топологической сверхпроводимости с векторным нематическим параметром порядка. Используя подход Гинзбурга-Ландау, мы показали, что деформация топологического нематического сверхпроводника может генерировать специфическую (нематическую) завихренность. В случае допированных топологических изоляторов эта завихренность образует спиновый вихрь. Мы показали, что возможно существование двух типов топологически различных спиновых вихрей. Были использованы уравнения микроскопической теории (обобщенные на случай топологической сверхпроводимости уравнения Боголюбова-де Жена) для изучения электронных состояний в нематическом сверхпроводнике со спиновыми вихрями. Получено, что в случае вихря типа I состояния с нулевой энергией локализованы вблизи кора вихря. Эти состояния можно идентифицировать как пары Майорана-Краммерса. В случае вихря типа II локализованных состояний с нулевой энергией нет.

Ключевые слова: топологический диэлектрик, сверхпроводимость, спиновый вихрь, фермион Майораны, теория Гинзбурга-Ландау, уравнения Боголюбова-де Жена

Введение

Нематическая сверхпроводимость в допированных топологических изоляторах типа $A_xBi_2Se(Te)_3$ (где $A = u, Sr, Ba, \dots$) в настоящее время привлекает большое внимание [1]. В этих системах сверхпроводящий параметр порядка соответствует двумерному представлению E_u группы симметрии D_{3h}, которое сохраняет симметрию по отношению к обращению времени, но нарушает инверсионную симметрию. В куперовские пары здесь связываются электроны с одинаковыми проекциями спина, но с разных орбиталей [2, 3]. Это утверждение нашло прямое подтверждение в ЯМР экспериментах [4]. В нематических сверхпроводниках могут возникать экзотические возбуждения с неабелевой статистикой, фермионы Майораны [5]. Эти квазичастичные состояния локализуются, как правило, на «топологических» дефектах, то есть там, где обращается в нуль сверхпроводящий параметр порядка (например, в корах вихрей Абрикосова, на поверхности образца, ...). Фермионы Майораны обладают топологической защищенностью, поскольку могут возникать только парами. Это свойство делает их привлекательными для квантовых вычислений, так как позволяет увеличить на порядки время декогеренции приготовляемых квантовых состояний [5]. В настоящее время предложен ряд систем, в которых возможно возникновение фермионов Майораны. Однако эксперименты, в которых фиксируются эти состояния, весьма сложны,

* Автор, ответственный за переписку: Александр Львович Рахманов, alrakhmanov@mail.ru

и до настоящего времени нет экспериментов, в которых была бы показана возможность ими управлять. Поэтому актуален поиск новых вариантов систем, где могут существовать майорановские состояния. В этом докладе мы излагаем результаты, опубликованные в нашей работе [6].

Параметр порядка в нематических топологических сверхпроводниках, как уже говорилось, соответствует классу симметрии DIII, которой, например, также обладает сверхтекучий гелий ^3He в В-фазе. Как показывает и эксперимент, и теория, в этой фазе сверхтекучего гелия существуют спиновые вихри [7]. Важной особенностью нематической сверхпроводимости является ее сильная связь с деформацией [8, 9]. В рассматриваемом здесь нематическом сверхпроводнике спиновый вихрь может быть индуцирован именно деформацией образца. При этом от знака деформации (растяжение или сжатие) зависит тип спинового вихря и появление или исчезновение майорановских фермионов.

Спиновый вихрь в приближении Гинзбурга-Ландау

В этом разделе мы опишем структуру спинового вихря в приближении Гинзбурга-Ландау (ГЛ). Для изучаемых здесь сверхпроводников свободная энергия в приближении ГЛ может быть представлена в виде [6, 8]: $F = F_0 + F_D + F_u$, где

$$F_0 = A (\Delta_1^2 + \Delta_2^2) + B_1 (\Delta_1^2 + \Delta_2^2)^2, \quad (1)$$

свободная энергия однородного недеформированного образца, $\vec{\Delta} = (\Delta_1, \Delta_2) = \Delta (\cos \alpha, \sin \alpha)$ – действительный векторный параметр порядка, $A < 0$ и $B_1 > 0$ – феноменологические коэффициенты ГЛ, F_D – вклад в свободную энергию, связанный с неоднородностью параметра порядка, F_u – слагаемое, обусловленное взаимодействием сверхпроводящего параметра порядка и деформации кристаллической решетки. Величину F_u удобно записать как:

$$F_u = g [(u_{xx} - u_{yy}) (\Delta_1^2 - \Delta_2^2) + 4u_{xy} \Delta_1 \Delta_2], \quad (2)$$

где u_{ik} – соответствующие компоненты тензора деформации, g – феноменологический коэффициент. Мы не выписываем здесь слагаемое F_D ввиду его громоздкости, отсылая читателя к работам [6, 8].

Для простоты мы рассмотрим цилиндрический образец. Тогда в цилиндрических координатах (r, φ, z) можно записать [10]:

$$u_{xx} - u_{yy} = u(r, z) \cos(2\varphi), \quad 2u_{xy} = u(r, z) \sin(2\varphi). \quad (3)$$

Величина $u(r, z)$ зависит от распределения приложенной нагрузки и граничных условий. Характерный масштаб изменения u порядка размера образца l_u . Параметр порядка изменяется в пространстве на длине когерентности ξ , которая, естественно, много меньше l_u . Поэтому вдали от кора вихря (его размер порядка ξ) мы можем пренебречь вкладом F_D , который связан с изменением сверхпроводящего параметра порядка, а вблизи кора на масштабе ξ можем пренебречь координатной зависимостью деформации, что существенно упрощает задачу.

Следуя стандартной процедуре, мы минимизируем свободную энергию и получаем два уравнения ГЛ на компоненты параметра порядка. Процедура решения этих уравнений подробно описана в нашей работе [6]. В результате мы приходим к выводу, что в системе могут существовать спиновые вихри двух типов. Вихрь типа I возникает, если $gu > 0$ и имеет структуру

$$\vec{\Delta}_I = \Delta(r, z) (\cos \varphi, \sin \varphi). \quad (4)$$

Вихрь второго типа возникает, если $gu < 0$, при этом

$$\vec{\Delta}_{II} = \Delta(r, z) (-\sin \varphi, \cos \varphi). \quad (5)$$

Величина $\Delta(r, z)$ обращается линейно в нуль при $r \rightarrow 0$ и выходит на равновесное значение $\Delta_0(r, z) = \sqrt{[|A| + gu(r, z)]/2B_1}$ при $r \gg \xi$. Конфигурации вихрей двух типов схематически показаны на рисунке 1. Такие вихри называются спиновыми [7], поскольку они соответствуют векторной структуре параметра порядка, что отличает их от так называемых массовых вихрей, которые образованы вращением жидкости (сверхтекучей в случае ^3He или электронной в случае обычных вихрей Абрикосова в сверхпроводниках). Заметим, что мы не можем определить из общих соображений знак

феноменологического коэффициента g . Однако полученный результат показывает, что тип спинового вихря меняется в зависимости от знака деформации u , то есть при смене сжатия ($u < 0$) на растяжение ($u > 0$). Спиновые вихри можно охарактеризовать топологическим инвариантом $P = \oint \vec{\Delta} ds / 2\pi\Delta$ (здесь интегрирование ведется по замкнутому контуру единичного радиуса вокруг центра вихря). Этот инвариант называется завихренностью (vorticity). Он равен нулю для вихря типа I и единице для вихря типа II.

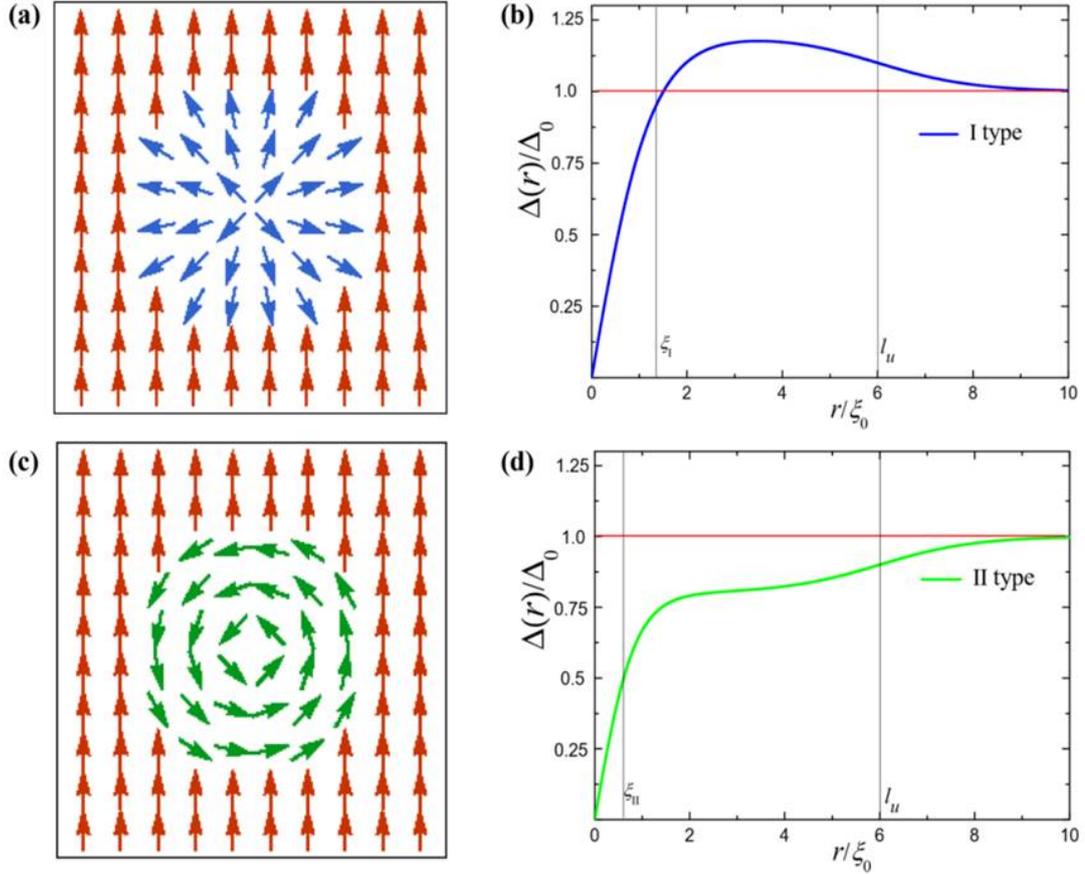


Рисунок 1 – Схематическая конфигурация векторного параметра порядка для спинового вихря типа I (a, b) и II (c, d). Схема лишь иллюстрирует принципиальные топологические отличия вихрей разных типов. Здесь ξ_0 – длина когерентности в недеформированном образце. Для наглядности на периферии рисунков a и c показано распределение векторного параметра порядка в недеформированном сверхпроводнике.

Рисунок взят из работы [6].

Уравнения Боголюбова-де Жена

Итак, мы нашли структуру спиновых вихрей. Для того, чтобы найти локализованные состояния вблизи кора вихря, мы можем воспользоваться уравнениями микроскопической теории сверхпроводимости (уравнениями Боголюбова-де Жена). В нашем случае эти уравнения имеют вид [2]:

$$[H_0(\mathbf{k})\tau_z + \hat{\Delta}\tau_x]\Psi = \varepsilon\Psi, \quad (6)$$

где Ψ - волновая функция (восьмикомпонентный спинор), $\hat{\Delta} = \vec{\Delta}(r)\sigma_y\vec{s}$, ε - энергия, которую мы далее отсчитываем от химического потенциала, $H_0(\mathbf{k})$ - одноэлектронный гамильтониан топологического изолятора рассматриваемого типа:

$$H_0(\mathbf{k}) = -\mu + m\sigma_z + v\sigma_x(s_xk_y - s_yk_x) + v_zk_z\sigma_y, \quad (7)$$

$\mathbf{k} = -i\nabla$ - оператор импульса электрона ($\hbar = 1$), $\boldsymbol{\tau}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{s}$ - векторы матриц Паули, действующих в пространстве электронов и дырок, орбиталей и спина, μ - химический потенциал, m - щель в электронном спектре в объеме недопированного образца, ν и ν_z - компоненты скорости Ферми в базальной

плоскости и поперек слоистой структуры материала. Отметим, что линейность гамильтониана по компонентам импульса обусловлена сильным спин-орбитальным взаимодействием. Структура сверхпроводящего параметра порядка $\vec{\Delta}(r)$ в уравнении (6) имеет вид (4) или (5). Приближенное аналитическое решение уравнения (6) в пределе $l_u \gg \xi$ было получено в нашей работе [6]. Оно выражается в виде квадратур от функций Бесселя.

Фермионы Майораны

Фермионы Майораны – это квантовые состояния, в которых частицы тождественны своим античастицам. В случае конденсированных сред это состояния, в которых тождественны электроны и дырки. Отсюда очевидно, что майорановские состояния находятся на уровне Ферми, то есть имеют нулевую энергию, $\varepsilon = 0$. Заметим, что в случае рассматриваемых здесь систем инвариантных относительно обращения времени эти эквивалентные электрон-дырочные состояния называются парами Майораны-Краммерса.

В рассматриваемом случае оператор, переводящий частицу в дырку, имеет вид $is_y K$ (K – оператор комплексного сопряжения), в чем можно убедиться непосредственной подстановкой. В случае вихря типа I мы имеем набор решений с нулевой энергией, которые локализованы вблизи кора вихря. Каждое решение из этого набора $\Psi(l, \rho)$ характеризуется полуцелым орбитальным числом $l = \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \dots$ и спин-орбитальным индексом $\rho = \pm 1$. Прямая подстановка показывает, что $\Psi(l, \rho) = is_y K \Psi(-l, -\rho)$ [6]. То есть эти решения образуют набор парных состояний Майораны-Краммерса. В случае вихря типа II такие локализованные вблизи кора вихря состояния отсутствуют.

Системы с симметрией класса DIII (которые, в частности, обладают симметрией относительно обращения времени, имеют электроны и дырки) могут характеризоваться топологическим инвариантом Z_2 [11]. Величина такого инварианта характеризует геометрические свойства фазы Берри соответствующих решений. Нами получено, что $Z_2 = 1$ для вихря типа I и $Z_2 = -1$ для вихря типа II. Отметим, что спиновые вихри с локализованными парами Майорана-Краммерса могут существовать в ряде других физических систем с симметрией класса DIII (например, в упомянутой выше В-фазе сверхтекучего ${}^3\text{He}$, сверхпроводниках с другой нетривиальной симметрией параметра порядка), если $Z_2 = 1$ [11]. Эти системы имеют разную физическую природу, они описываются гамильтонианами разного вида. Но у них общий класс симметрии и значение инварианта Z_2 .

Заключение

Установлена нетривиальная связь между деформацией и состояниями Майораны в допированных топологических изоляторах. Мы показали, что осесимметричная деформация может генерировать спиновые вихри при переходе топологических диэлектриков в сверхпроводящее состояние. Спиновые вихри могут быть двух топологически различных типов, I или II. Тип вихря зависит от знака деформации (растяжение или сжатие). Сверхпроводимость вблизи кора вихря подавлена. Спиновый вихрь типа I генерирует локализованные вблизи его центра майорановские состояния, в то время как спиновый вихрь типа II не имеет состояний с нулевой энергией локализованных вблизи кора.

Список литературы

- [1] Yonezawa, S. Nematic superconductivity in doped Bi₂Se₃ topological superconductors // Condensed Matter. – 2018. – v. 4. – С. 2.
- [2] Fu, L. Odd-parity topological superconductor with nematic order // Phys. Rev. B– 2014. – v90. – id100509(R).
- [3] Akzyanov, R.S., Khokhlov, D.A., Rakhmanov, A.L. Nematic superconductivity in topological insulators induced by hexagonal warping // Phys. Rev. B– 2020. – v. 102. – id 094511.
- [4] Matano, M., et al. Spin-rotation symmetry breaking in the superconducting state of $Cu_xBi_2Se_3$ // Nature Phys. – 2016. – v. 12. – С. 852.
- [5] Qi, X.-L., Zhang S.-C. Topological insulators and superconductors // Rev. Mod. Phys. – 2011. – v. 83. – С. 1057.
- [6] Akzyanov, R.S., Rakhmanov, A.L. Strain induced spin vortex and Majorana Kramer’s pairs in doped topological insulators with nematic superconductivity // Phys. Rev. B– 2021. – v. 104. – id 094511.
- [7] Volovik, G. The Universe in a Helium Droplet. – Clarendon (Oxford), 2003.

- [8] Venderbos, J.W.F., Kozii, V., Fu, L. Identification of nematic superconductivity from the upper critical field // Phys. Rev. B – 2016. – v. 94. – id 094522.
- [9] Kuntsevich, A.Y., Bryzgalov, M.A., Akzyanov, R. S., Martovitskii, V.P., Rakhmanov, A.L., Selivanov, Y.G. Strain driven nematicity of odd-parity superconductivity in $Sr_xBi_2Se_3$ // Phys. Rev. B – 2019. – v. 100. – id 224509.
- [10] Ландау, Л.Д., Лифшиц, Е.М. Теория упругости. – Наука (Москва), 1987.
- [11] Chiu, C.-K., Teo, J. C. Y., Schnyder, A. P., Ryu, S. Classification of topological quantum matter with symmetries // Rev. Mod. Phys. – 2016.- v. 88, id 035005.

Spinvortices and Majorana fermions in doped topological insulators with nematic superconductivity

Akzyanov R.S.^{1,2}, Капранов А.В.^{2,3}, Rakhmanov A.L.^{1*}

¹ Institute for Theoretical and Applied Electromagnetics of RAS, Moscow, Russia

² VNIIA, Moscow, Russia

³ Moscow institutes of physics and technology, Moscow region, Russia

* alrakhmanov@mail.ru

Abstract

So-called topological superconductors exhibit many unusual properties that are of interest for applications in spintronics and quantum computing. In particular, the existence of Majorana fermion-type excitations was predicted and experimentally confirmed in these materials. In our work, we proposed one of the possible ways to create Majorana fermions in topological superconductors. As a specific system in which topological superconductivity is realized, we considered doped topological insulators of the type $A_xBi_2Se(Te)_3$ (where $A = Cu, Sr, Ba, \dots$). Based on these materials, high-quality single crystals have already been created, in which the existence of topological superconductivity with a vector nematic order parameter has been reliably established. Using the Ginzburg-Landau approach, we have shown that the deformation of a topological nematic superconductor can generate a specific (nematic) vorticity. In the case of doped topological insulators, this vorticity forms a spin vortex. We have shown that the existence of two types of topologically different spin vortices is possible. The equations of the microscopic theory (the Bogolyubov–de Gennes equations generalized to the case of topological superconductivity) were used to study the electronic states in a nematic superconductor with spin vortices. It is found that, in the case of a type I vortex, zero-energy states are localized near the vortex core. These states can be identified as Majorana-Kramers pairs. In the case of a type II vortex, there are no localized states with zero energy.

Key words: topological insulator, superconductivity, spin vortex, Majorana fermion, Ginzburg-Landau theory, Bogoliubov-de Genn equations